

Név	Neptun-azonosító	e-mail

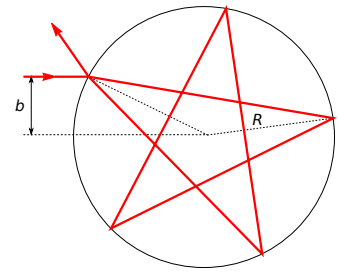
Minden további lapon szerepeljen a név és/vagy a Neptun-azonosító!

1. Az n törésmutatójú közegben terjedő elektromágneses hullám $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ elektromos tere SI egységekben a következő alakú:

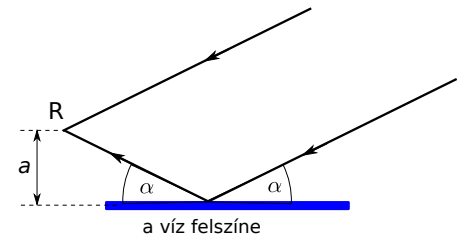
$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = E_0 \begin{pmatrix} 1 \\ e \\ 0 \end{pmatrix} \cos \left[\frac{\pi}{3} \left(\sqrt{3}x + \frac{\sqrt{2}}{2}y + \frac{\sqrt{2}}{2}z \right) \times 10^7 - 3,7 \times 10^{15}t \right],$$

ahol E_0 egy konstans. Milyen irányban terjed a hullám? Határozzuk meg az e paraméter értékét! Határozzuk meg a λ hullámhosszt, az ω körfrekvenciát, a T periódusidőt és a fázissebességet! Mekkora a közeg n törésmutatója? Határozzuk meg a $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ mágneses teret! Írjuk fel az $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ teret komplex formában (azaz amelynek valós része éppen $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$)! Mekkora a tér komplex amplitúdó-komponensei?

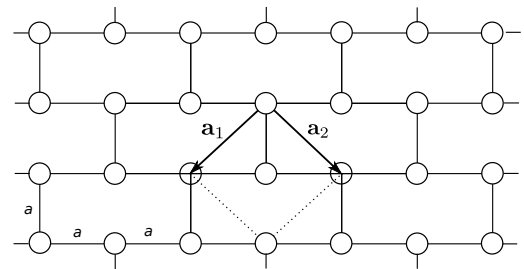
2. Egy n törésmutatójú, R sugarú üveggömbbe b impakt paraméterrel belépő fénysugár a belső visszaverődések után ugyanott lép ki a gömbből, ahol belépett. Legyen a belső hurok száma $p = 5$, amint ez a mellékelt ábrán látható! i) Számítsuk ki a b impakt paramétert, ha gömb törésmutatója $n = 3/2$! ii) Általánosítsuk a problémát! Hogyan függ a b impakt paraméter az n törésmutatótól és a hurok p számától? iii) Adott n mellett mekkora lehet p maximális értéke, hogy a fénysugár be- és kilépési pontja megegyezzen?



3. A mellékelt ábrán egy hajón a víz felszínétől számítva a távolságra az R pontban egy radar veszi a távoli, párhuzamosan érkező rádióhullámokat, amelyek egy része közvetlenül, másik része a víz felszínéről visszaverődve érkezik a radarhoz. Mekkora legkisebb α szögben lesz a radar által vett jel intenzitása maximális, ha a radarhullám λ hullámhossza összemérhető az a távolsággal? *Megjegyzés:* az optikailag sűrűbb közegről történő visszaverődésnél egy extra π fázisugrást is figyelembe kell venni!



4. A mellékelt ábrán a és $2a$ oldalú téglalapokból álló rácsszerkezet mindenegyed récszpontjában egy kisméretű lyuk van. Az elemi cella vektorai \mathbf{a}_1 és \mathbf{a}_2 (az ábra egy lehetséges választást mutat). Határozzuk meg a rácsszerkezet reciprokrácsának az elemi celláját, azaz azokat a \mathbf{b}_1 és \mathbf{b}_2 vektorokat, amelyekre teljesül, hogy $\mathbf{a}_j \mathbf{b}_k = 2\pi \delta_{jk}$, ahol $j, k = 1, 2$! Legyen \mathbf{d}_j a j -dik lyuk helyvektora egy elemi cellában, ahol $j = 1, \dots, p$, és p az egy elemi cellában lévő lyukak száma! Adjuk meg a \mathbf{d}_j vektorokat az ábrán bejelölt elemi cellában! Mennyi p értéke?



Határozzuk meg az alakzat-rendszer $S(\mathbf{k}) = \sum_{j=1}^p e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{d}_j}$ szerkezeti tényezőjét, ahol $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ a megfigyelés iránya! A könnyebb és gyorsabb számolás érdekében célszerű a \mathbf{d}_j vektorokat kifejezni az \mathbf{a}_1 és \mathbf{a}_2 vektorokkal, és vegyük fel a \mathbf{k} vektort a $\mathbf{k} = m\mathbf{b}_1 + n\mathbf{b}_2$ alakban, ahol m, n egész számok. Milyen értékeket vehet fel az $S(\mathbf{k})$ szerkezeti tényező a különböző m, n egész számokra? Ezek alapján rajzoljuk le a Fraunhofer-diffrakciós képet!

5. A pointillizmus az impresszionizmusból kialakult festészeti irányzat, a képet apró, pontszerű ecsetvonásokból építették fel. Milyen messze kell állni a festménytől, hogy a képen egymástól $d = 2$ mm távolságban lévő szomszédos színes pöttyöket a szemünk $D = 1,5$ mm átmérőjű pupilláján keresztül már ne tudjuk megkülönböztetni? Legyen a festményt megvilágító fény hullámhossza $\lambda = 400$ nm!

(Fordítsd meg a lapot!)

6. Írjuk fel egy olyan polarizációs eszköz Jones-mátrixát, ami a vízszintes polarizációjú fénysugarat ugyanakkora amplitudójú, de 45° -os polarizációjúba, a függőleges polarizációjú fényt pedig önmagába viszi át! Mutassuk meg közvetlenül elvégezve a műveletet a Jones-vektorokon, hogy feltételeink teljesülnek!

A vonal alatti feladatok megoldásait külön lapra írjátok!

7. A 2014. évi Optika vizsgázó 9. feladatában felfedezett bolygó felszínén – amint az a feladat megoldásából kiderült – a levegő törésmutatója $n_0 = 2$. A bolygó felszínén sétálgató űrhajósok délibábra lesznek figyelmesek: messze maguk előtt az égen, a felszíntől mérve α szögben távoli hegyek fejjel lefelé álló tükörképét pillantják meg. A szöget megmérve azt találják, hogy $\cos \alpha = 3/4$. Tudják, hogy a felső délibáb jelenségét egy hőmérsékleti inverzió okozza, azaz a talajtól felfelé fokozatosan hidegebbé váló levegő fölött elhelyezkedő, a környezeténél melegebb levegőrétegben törik meg és hajlik vissza a felszín felé a távolból elindult fénysugár. Azt is tudják, hogy ebben a légrétegben a légnyomás éppen fele a felszíni értéknek. Emellett persze ismerik a gázok törésmutatóját leíró Arago–Biot-törvényt is: $n = 1 + Kp/T$, ahol p a gáz nyomása, T az abszolút hőmérséklete, n a törésmutatója, K pedig a gáz fajtájára jellemző állandó. A fenti ismeretek alapján ki tudják számítani, hogy aránylik a délibábot létrehozó légréteg hőmérséklete a felszíni T_0 értékhez. Számítsd ki te is!
8. Az A és B esemény közti időkülönbség a K inerciarendszerben Δt , térbeli távolságuk Δx . Ha felszállunk egy, a pozitív x tengely irányában V sebességgel mozgó űrhajóra (K' inerciarendszer), akkor a két eseményt egyidejűnek látjuk, térbeli távolságuk pedig 72 fényév lesz. Ha egy ugyanilyen V sebességű, de ellentétes irányba mozgó űrhajóra szállunk fel (K'' inerciarendszer), akkor a két esemény időkülönbsége 65 év lesz. Mennyi a két esemény térbeli távolsága a K'' inerciarendszerben? Mennyi a két esemény időkülönbsége és térbeli távolsága az eredeti K inerciarendszerben? Mennyi az űrhajók V sebessége a fénysebességhez viszonyítva? *A számolás során NE használj tizedes törteket, csak valódi törteket, esetleg gyökös kifejezéseket! Javaslat: dolgozz a rapiditás-paraméterrel és annak hiperbolikus függvényeivel!*
9. Egy nyugalomban levő, $m = 16$ egységnyi tömegű részecskének nekiütközik egy $\mu = 5$ egységnyi tömegű, a részecskegyorsítóban $v = 99c/101$ sebességre felgyorsított részecske. Mekkora a két részecske összeolvadásával keletkezett új részecske M tömege és w sebessége? *A számolás során NE használj tizedes törteket, csak valódi törteket, esetleg gyökös kifejezéseket!*

(Cserti József, Dávid Gyula és Varga Dezső)