

Pótzárthelyi feladatsor

A feladatok megoldásához tollon kívül más segédeszköz nem használható.

A megírásra 90 perc áll rendelkezésre.

1. feladat A Bergengóc demográfiai program sikere miatt a közeli felszíni vízkivételi műtől a városba vezető tízezer lakosra tervezett R sugarú vízvezetékcső már nem tud elég nagy vízhozamot biztosítani. A felújítás során mekkora sugarú vízvezetékcsövet érdemes lefektetni, ha akár egymillió embert is szeretnénk tiszta vízzel ellátni. A kormány édesvízért felelős kormánybiztosa beszámolt róla, hogy a szakemberek a vízhozamot (egységnyi idő alatt átáramló víz térfogatát) pontosan ki tudják számolni a cső sugarából, a víz viszkozitásából és a cső mentén mérhető nyomás gradiensből. A nyomás gradiens Pa/m , a viszkozitást $\text{kg}/(\text{ms})$ egységekben mérjük.

Segítség: Középiskolából remélhetőleg még mindenkinek rémlik, hogy a nyomást $\text{Pa}=\text{N}/\text{m}^2$ egységekben mérik.

2. feladat A Bergengóc Népi Autógyár az elmúlt hónapok veszteségei után bemutatta új modelljét, melyet az új technológiájú "szuper-lassuló fékkel" szereltek fel, azaz a fék behúzása után az autó sebessége a $v(t) = v_0 - \kappa t^2$ függvény szerint csökken. A cég sajtótájékoztatóján beszámolt róla, hogy egy bizonyos v_0 kezdeti sebességről az autó s út megtétele után képes megállni. Azt is hozzátette a szóvivő, hogy a korábbi nagy botrányt kiváltó egyenletes a lassulású fékkel felszerelt hagyományos dízel autójuk is hasonlóan v_0 kezdeti sebességről azonos s út megtétele után képes megállni. A konkurens autógyár ipari kémeinek a beszámolóban szereplő értékek közül csak kettőhöz sikerült hozzájutniuk: $v_0 = 40 \text{ m/s}$ és $a = 1,5 \text{ m/s}^2$. Siessünk a konkurens autógyár segítségére és határozzuk meg κ értékét! Mennyi idő alatt fékez le az új modell és a hagyományos autó v_0 sebességről?

3. feladat A Bergengóc Hadügyminisztérium az egyre fokozódó külpolitikai helyzet miatt kifejlesztette új csodafegyverét a "Nagy Csattanó" ágyút. A fejlesztésben résztvevő tudósok beszámoltak róla, hogy az ágyú különlegességét az adja, hogy a belőle kilőtt ágyúgolyó kezdeti v_0 sebessége függ az ágyú irányításától, pontosabban $v_0 = w \sin \alpha$, ahol w egy sebesség dimenziójú paraméter, α pedig az ágyú csövének vízszintessel bezárt szöge. Határozzuk meg, hogy milyen szögbe kell állítani a "Nagy Csattanót", hogy a vízszintes terepen a lehető legmesszebbre tudjunk löni! A szomszédos Girgácia város lakosait pedig biztonságuk miatt az érdeklő leginkább, hogy mekkora ez a maximális távolság, amelyre a bergengócok képesek ellőni?

4. feladat A fokozottan védett bergengóc spirálcsigá legfőbb ismertetője az, hogy ha lehelyezzünk egy pontba (nevezzük origónak), akkor olyan mozgást végez, hogy az origótól egyenletes v_0 sebességgel távolodik. Továbbá a csigához húzott egyenes x tengellyel bezárt szöge $\phi(t) = \omega t$ alakban növekszik. Határozd meg az origótól a csigához mutató helyvektor és a csiga gyorsulás vektora által bezárt α szög koszinuszának időfüggését!