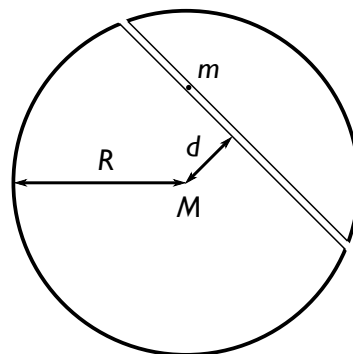


## 2. ZH (2014. december 12.)

Mechanika, emelt szint, 2014/15, péntek, 10:15-11:45, -1.62

1. Egy orosz milliárdos úgy döntött, hogy valóra váltja gyermekkora óta dédelgetett álmát, és fúr egy egyenes alagutat a Föld (sugara  $R$ , tömege  $M$ ) belsejébe (Moszkva és New York közé), amiben egy vonat (tömege  $m$ ) fog közlekedni. Az alagút a Föld közép-pontját  $d$  távolságra közelíti meg.



- Hol lesz(nek) a vonat egyensúlyi helyzete(i) az alagútban?
- Mekkora lesz a szerelvény egyensúly körüli kicsi rezgéseinek a frekvenciája? Becsüld meg a kapott eredmény számszerű értékét.

(12,5 pont)

*Emlékeztető: Egy  $M$  tömegű,  $R$  sugarú egyenletes sűrűségű gömb körül a potenciális energia egy  $m$  tömegű próbatest esetén:*

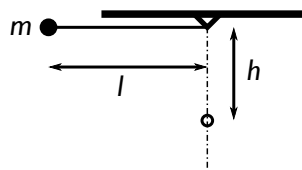
$$\Phi(r) = \begin{cases} -\gamma \frac{Mm(3R^2 - r^2)}{2R^3}, & \text{ha } r \leq R \\ -\gamma \frac{Mm}{r}, & \text{ha } r > R \end{cases}$$

2. Béla (tömege  $M$ ) a vízben úszó gumicsónakból kidobja kislányát, Annát (tömege  $m$ ). Az alábbi feltételezéseket tesszük:

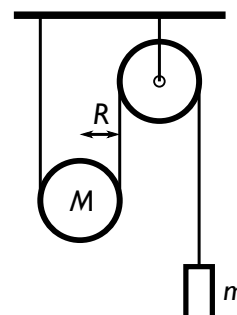
- Tekintsük Bélát, Annát és a csónakot pontszerűnek.
- A víz nem fejt ki ellenállást a csónakra.
- A csónak tömege zérus és kezdetben áll.
- Béla a földön állva  $h$  magasra tudja feldobni Annát, és feltesszük, hogy a csónakból történő dobás esetén ugyanannyi munkát tud végezni.
- A csónak az eldobáskor nem billen meg (azaz csónak helyett tekinthetünk volna pl. kiskocsit is).

Mi a lehető legmesszebbi pont az eldobás helyétől, ahová Béla el tudja Annát dobni? Milyen messze tudná bedobni Annát a vízbe a partról? (12,5 pont)

3. Egy  $m$  tömegű,  $l$  fonalhosszúságú matematikai ingát vízszintes kezdőhelyzetből engedünk el. A függőleges ponttól milyen  $h$  távolságban helyezzük el az ábrán látható pontszerű akadályt ahhoz, hogy a megakadó inga egy teljes kört írjon le? Milyen erősnek válasszuk a kötelet, hogy ne szakadjon el? (12,5 pont)



4. Az ábrán látható rendszerben a felső csiga ideális (tömege zérus, súrlódás ne lép fel), míg az alsó tömege  $M$  és sugara  $R$ , és azon a kötélen nem csúszik meg. Hogyan fog mozogni az  $m$  tömegű test miután a rendszert magára hagyjuk? (12,5 pont)



*Emlékeztető:  $M$  tömegű,  $R$  sugarú henger tehetetlenségi nyomatéka a szimmetriatengelyére vonatkoztatva  $\Theta = MR^2/2$ .*

A dolgozathoz semmilyen segédeszköz nem használható. A megírásra 90 perc áll rendelkezésre.