

1. ZH (2014. október 10.)

Mechanika, emelt szint, 2014/15

1. Kertünkben egy furcsa csiga egy furcsa pályán mozog, és mi ezt hosszú időn át figyeljük. Azt találjuk, hogy van a kertben egy P pont, amelytől ha megmérjük a csiga távolságát ($r(t)$), akkor ez időben egyenletesen csökken: $r(t) = r_0 - ct$. Azt is megfigyeljük továbbá, hogy a csigától a P pontba húzott egyenes a kerítéssel egyenletesen változó φ szöget zár be, ezért egy alkalmas ω_0 konstanssal: $\varphi(t) = \omega_0 t$.

- Add meg a csiga $x(t)$ és $y(t)$ függvényét, ha a két tengely a P pontból indul és az x tengely párhuzamos a kerítéssel!
- Add meg a csiga $\mathbf{v}(t)$ függvényét!
- Add meg a csiga $\mathbf{a}(t)$ függvényét!
- Igaz-e, hogy a csiga mozgását leíró $(x(t), y(t))$ függvények kielégítik a

$$\begin{aligned}\ddot{x}(t) &= 2c\omega_0 \frac{y(t)}{\sqrt{x(t)^2 + y(t)^2}} - \omega_0^2 x(t) \\ \ddot{y}(t) &= -2c\omega_0 \frac{x(t)}{\sqrt{x(t)^2 + y(t)^2}} - \omega_0^2 y(t)\end{aligned}$$

differenciálegyenlet rendszert?

(12,5 pont)

2. Elkeseredésünkben ferdén elhajítunk a galacsinná gyúrt rosszul sikerült zh dolgozatunkat v_0 kezdősebességgel a vízszinthez képest α szög alatt. Mekkora a pálya görbületi sugara akkor, amikor a zh a legmagasabban van? (A légellenállás elhanyagolható.) (12,5 pont)

Emlékeztető: egy f függvény görbületi sugarát az x_0 pontban az $R(x_0) = \frac{[1 + (f'(x_0))^2]^{3/2}}{|f''(x_0)|}$ képlet adja meg.

3. Egy örült fizikushallgató hozzájut egy sportkocsihoz és az alábbi kísérletet végzi el vele. Kihajt az M7-es autópályára és úgy nyomogatja a gázpedált, hogy a kocsi gyorsulása az alábbi függvény szerint változzon: $a(t) = a_0 \sin(\omega t)$ (a_0 és ω konstansok). Milyen messzire jut el kocsijával (feltételezve, hogy közben nem okoz balesetet) T idő alatt? (12,5 pont)

4. A néhai MIR űrállomáson az orosz asztronauták méréseik során azt találták, hogy a kabinban mozgó testekre kv^2 nagyságú fékező közegellenállás hat, ahol $v = |\mathbf{v}|$ és k értéke függ a testek alakjától is. Vajon hogyan változik időben egy v_0 sebességgel ellökött test sebessége, ha esetében a k állandó értéke éppen k_0 ? (12,5 pont)

Segítség: nagyon hasonló feladatot oldottunk meg a gyakorlaton, és itt gyakorlatilag ugyanúgy kell keresni a megoldást, mint akkor.

A dolgozathoz semmilyen segédeszköz nem használható. A megírásra 90 perc áll rendelkezésre.