

1. ZH (2013. október 24.)

Mechanika, emelt szint, 2013/14, csütörtök, 8:30-10:00, 4.52

1. Egy test síkbeli mozgását az alábbi helyfüggvény írja le:

$$\mathbf{r}(t) = \begin{pmatrix} R(\omega t - \sin(\omega t)) \\ R(1 - \cos(\omega t)) \end{pmatrix}$$

Add meg a test mozgásának sebességvektorát és gyorsulásvektorát tetszőleges t időpontban. Mikor lesznek ezek merőlegesek egymásra? (10 pont)

2. Egy φ hajlásszögű lejtőn eldobunk egy testet v_0 kezdősebességgel a lejtőhöz képest α szög alatt.

- Mennyi idő múlva lesz a test sebessége párhuzamos a lejtővel?
- Mennyi idő múlva éri el a test a lejtőt?

(10 pont)

3. Egy elektront $t = 0$ időpontban \mathbf{v}_0 kezdősebességgel belövünk egy sebességére merőleges irányú, L szélességű, inhomogén elektromos térbe. A választott koordinátarendszerben $\mathbf{v}_0 = v_0 \mathbf{e}_x$, és a télerősség $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = E_0 \sin(2\pi x/L) \mathbf{e}_y$. Az elektrorra a térben $\mathbf{F} = -e\mathbf{E}(\mathbf{r})$ erő hat.

- Írd fel az elektrorra ható eredő erőt a hely (\mathbf{r}) függvényében.
- Add meg az elektron $\mathbf{v}(t)$ függvényét a $t \in [0, L/v_0]$ időintervallumra.
- Add meg az elektron $\mathbf{r}(t)$ függvényét a $t \in [0, L/v_0]$ időintervallumra.
- Mennyit tért el az elektron a belövéshez képest?

(10 pont)

4. Hubble törvényének értelmében a távoli galaxisok a távolságukkal arányos sebességgel távolodnak tőlünk: $\mathbf{v} = H_0 \mathbf{r}$, ahol \mathbf{v} és \mathbf{r} az adott galaxis mért sebessége ill. helye, míg H_0 az ún. Hubble-állandó, értéke $H_0 \approx 70$ (km/s)/Mpc (1 pc \approx 3,2 fényév $\approx 3 \cdot 10^{16}$ m). Vajon milyen messzire kerül tőlünk 10 milliárd év alatt az a galaxis, amely most 100 fényév távolságra van? (Feltételezzük, hogy a Hubble-állandó időben nem változik.) (10 pont)

A dolgozathoz semmilyen segédeszköz nem használható. A megírásra 90 perc áll rendelkezésre.