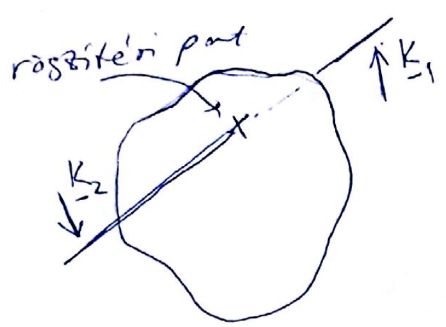
18.
Rögzített tengely körüli forgás, merev test síkmozgása

Emelt mechanika szóbeli vizsga tételsor 2019.

Szabolcs Szepesi
forrás: Fizweb

January 2019



A tengely mentén erőt kell kifejtenünk, hogy az ne forduljon el. Ezeket a kényszerfeltételeket nem tudjuk kiküszöbölni.

Azonban, ha feltesszük, hogy a tengely rögzített, nem fordul el, akkor a forgatónmyomatéknak és a perdületnek csak tengely irányú komponense van.

$$\frac{dN_{(3)}}{dt} = \sum_i M_{i(3)} \tag{1}$$

$$\vec{N}_s = \underline{\underline{\Theta}}\vec{\omega} \tag{2}$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{\omega} \times (\vec{r} - \vec{r}_0) \tag{3}$$

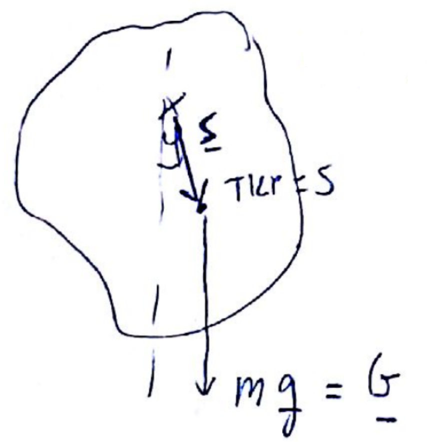
Ahol $\vec{v}_0 = \vec{0}$, mivel a rögzített pont sebességét jelöli.
$\vec{\omega} \times (\vec{r} - \vec{r}_0)$ pedig a rögzített ponthoz képesti sebesség.

$$\vec{N} = \sum \vec{r}_i \times m_i(\vec{\omega} \times \vec{r}_i) = \underline{\underline{\Theta}}^*\vec{\omega} \tag{4}$$

Ahol $\underline{\underline{\Theta}}^*$ a rögzítési ponthoz vonatkoztatott tehetetlenségi nyomaték.

$$\frac{dN_3}{dt} = \sum_i M_{i(3)} \quad \rightarrow \quad N_3 = \Theta^*_{33}\omega \tag{5}$$

Ahol Θ^*_{33} nem függ az időtől; mivel a test merev, a felfüggesztéstől adott pont ugyanolyan távol van.



$$\Theta^*_{33}\dot{\varphi} = \Theta^*_{33}\omega(\varphi) = N_3(\varphi) \tag{6}$$

$$\Theta^*_{33}\frac{d^2\varphi}{d\varphi^2} = M_3(\varphi) = -sG\sin(\varphi) \tag{7}$$

Ahol $-sG\sin(\varphi) = |\vec{s} \times \vec{G}|$

$$\Theta^*_{33}\ddot{\varphi} = -sG\sin(\varphi) \tag{8}$$

$\rightarrow$ Ha φ kicsi.

$$\Theta^*_{33}\ddot{\varphi} + sG\varphi = 0 \tag{9}$$

$$\varphi = \cos\left(\sqrt{\frac{sG}{\Theta^*_{33}}}t + \varphi_0\right) \quad \rightarrow \quad \omega_0^2 = \frac{sG}{\Theta^*_{33}} \tag{10}$$

Ebből meg tudjuk mondani a periódusidejét is.

Ha azt akarjuk tudni, hogy tetszőleges P pontja hogyan mozog, akkor:

$$\vec{r}(P) = \vec{s} + g \tag{11}$$

Steiner-tétel:

$$\Theta_{33}^{*} = \sum_i m_i (x_i^2 + y_i^2) = \sum_i m_i \Big[(x_i' + s_1)^2 + (y_i' + s_2)^2 \Big] \tag{12}$$

$$= \sum_i m_i ({x_i'}^2 + {y_i'}^2) + \big(\sum_i m_i \big)(s_1^2 + s_2^2) + 2 \big(\sum_i m_i x_i' \big) s_1 \tag{13}$$

$$\Theta_{33}^{*} = \Theta_{33} + Ml^2 \tag{14}$$

$$\Theta_{33} = \vec{n} \underset{=}{\Theta} \vec{n} \tag{15}$$

Ahol $\vec{n}$, z irányú.