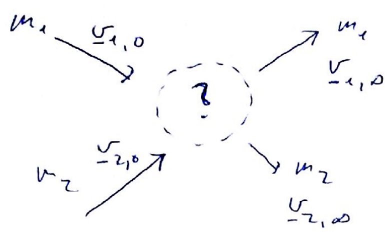
16.
Rugalmas ütközések, hatáskeresztmetszet
Emelt mechanika szóbeli vizsga tételsor 2019.

Szabolcs Szepesi
forrás: Fizweb

January 2019

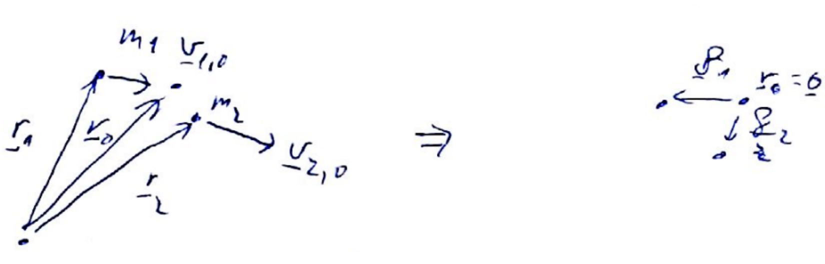


Tudjuk, hogy centrális erőtérben egy ilyen pontrendszer:

1. $\vec{P} = \acute{a}lland\acute{o}$
2. $\vec{v}_{TKP} = \acute{a}lland\acute{o}$
3. rugalmas ütközés esetén teljesül az energiamegmaradás

Térjünk át tömegközépponti rendszerbe:

$$\vec{r}_0 = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2} \quad \rightarrow \quad \vec{v}_0 = \vec{v}_0 = \frac{m_1\vec{v}_{1,0} + m_2\vec{v}_{2,0}}{m_1 + m_2} = \frac{m_1\vec{v}_{1,t} + m_2\vec{v}_{2,t}}{m_1 + m_2} \tag{1}$$



$$\vec{\varrho}_1 = \vec{r}_1 - \vec{r}_0 \quad \acute{e}s \quad \vec{\varrho}_2 = \vec{r}_2 - \vec{r}_0 \tag{2}$$

$$\vec{P}_1^{(TKP)} = m_1\dot{\vec{\varrho}}_1 = m_1(\vec{v}_{1,t} - \vec{v}_0) \tag{3}$$

$$\vec{P}_1^{(TKP)} = m_1\vec{v}_{1,t} - m_1\frac{m_1\vec{v}_{1,t} + m_2\vec{v}_{2,t}}{m_1+m_2} = \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}(\vec{v}_{1,t} - \vec{v}_{2,t}) \tag{4}$$

Ahol $\frac{m_1 m_2}{m_1+m_2} = m^*$

$$\vec{P}_2^{(TKP)} = m_2\dot{\vec{\varrho}}_2 = m_1(\vec{v}_{1,t} - \vec{v}_0) \tag{5}$$

$$\vec{P}_2^{(TKP)} = m_2\vec{v}_{2,t} - m_2\frac{m_1\vec{v}_{1,t} + m_2\vec{v}_{2,t}}{m_1+m_2} = \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}(\vec{v}_{2,t} - \vec{v}_{1,t}) = -\vec{P}_{(1)}^{TKP} \tag{6}$$

Tehát:

$$\sum_k \vec{P}_k^{TKP} \equiv 0 \tag{7}$$

$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{\vec{P}^2}{2m}$

$$\frac{\vec{P}_{1,0}^{(TKP)^2}}{2m_1} + \frac{\vec{P}_{2,0}^{(TKP)^2}}{2m_2} = \frac{\vec{P}_{1,\infty}^{(TKP)^2}}{2m_1} + \frac{\vec{P}_{2,\infty}^{(TKP)^2}}{2m_2} \tag{8}$$

Amiből $\vec{P}_{1,0}^{(TKP)^2} = \vec{P}_{1,\infty}^{(TKP)^2}$ mivel $\vec{P}_1^{(TKP)} = -\vec{P}_2^{(TKP)}$, és ez $\forall t \in R$ időpillanatban igaz.

$$\vec{P}_{1,\infty}^{(TKP)} = \vec{n}|\vec{P}_{1,0}^{(TKP)}| = m^*|\vec{v}_{1,0} - \vec{v}_{2,0}|\vec{n} \tag{9}$$

Ebből látszik, hogy a $\vec{n}|\vec{P}_{1,0}^{(TKP)}|$ mennyiség nagysága ismert, iránya viszont nem.

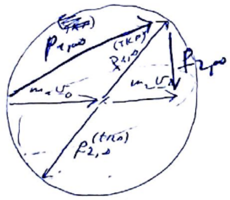
Visszatérve tömegközépponti rendszerbe:

$$\vec{P}_{1,\infty} = m_1\vec{v}_{1,\infty} = m_1(\dot{\vec{\varrho}}_{1,\infty} + \vec{v}_0) = \vec{P}_{1,\infty}^{(TKP)} + m_1 v_0 \tag{10}$$

$$\vec{P}_{1,\infty} = m^*|\vec{v}_{1,0} - \vec{v}_{2,0}|\vec{n} + m_1\vec{v}_0 \tag{11}$$

$$\vec{P}_{2,\infty} = m^*|\vec{v}_{1,0} - \vec{v}_{2,0}|\vec{n} + m_2\vec{v}_0 \tag{12}$$

$\vec{n}$= gömbi koordinátarendszerben φ és ϑ határozza meg. Nagysága viszont adott.

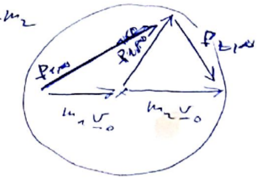


Ha változtatom $\underline{n}$ irányát, akkor $\forall$ esetben meg tudom határozni a végsebességeket!

Spec. esetek: ① $\underline{v}_{2,0} = 0$ $\Rightarrow$ $p^{(TKR)}_{1,\infty} = m^* |\underline{v}_{1,0}| \underline{n}$ ← nagyságuk meghatározható!

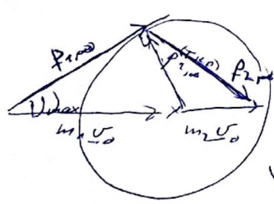
$\underline{v}_0 = \frac{m_1}{m_1+m_2} \underline{v}_{1,0}$ $\Rightarrow$ $m_2 \underline{v}_0 = \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2} \underline{v}_{1,0} = m^* \underline{v}_{1,0}$

a) $m_1 < m_2$

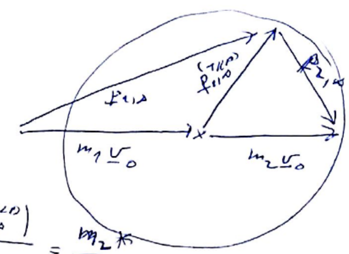


b) $m_1 = m_2$

c) $m_1 > m_2$



Ennek van maximális értéke! ⇐



↳ $\sin\vartheta_{max} = \frac{|p^{(TKR)}_{1,\infty}|}{m_1 \underline{v}_0} = \frac{m_2}{m_1}$