

# MATEMATIKAI MÓDSZEREK A FIZIKÁBAN

2. évközi zh 2018. 04. 24.

## Komplex függvénytan

Név	Neptun-kód	email-cím

Munkaidő 60 perc. Használható: Bronstein, saját órai jegyzet.  
Az elégségeshez legalább az első két feladat egyikének helyes megoldása szükséges.

1. Egy  $w = f(z) = u+iv$  komplex függvény valós része:  $u(x, y) = \frac{\sin(x) \cdot \cos(x)}{\sinh^2 y + \cos^2 x}$

1a/ Mutassuk meg, hogy az  $u(x, y)$  függvény kielégíti a Laplace-egyenletet! (20 pont)

1b/ A tanult "varázssformula" segítségével keressük meg az eredeti  $f(z)$  komplex függvényt! (50 pont)

1c/ Vezessük le az  $f(z)$  függvény képzetes részét megadó  $v(x, y)$  kétváltozós függvényt! (30 pont)

-----

2a/ A reziduomtétel segítségével számítsuk ki az alábbi valós integrált a valós  $t$  paraméter pozitív és negatív értékei esetére! (80 pont)

$$I(t) = \frac{24}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(tx)}{x^4 + 10x^2 + 9} dx$$

2a/ Ha tudjuk, fejezzük ki az eredményt egyetlen képlettel! (10 pont)

2c/ Ábrázoljuk az  $I(t)$  függvényt! (10 pont)

-----

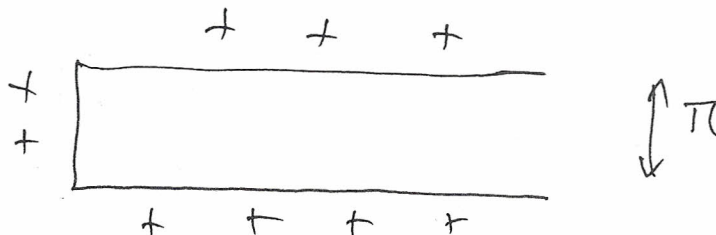
3. (Jó jegyekre hajtóknak) Az alábbi ábra egy a papír síkjára merőleges irányban végtelen, két egyenes mentén derékszögben meghajlított fémlapot ábrázol. A lapon pozitív töltések helyezkednek el. A két párhuzamos ág közti távolság legyen  $\pi$ , a koordináta-rendszer origóját helyezzük el a bal alsó töréspontban.

3a/ Keressük meg a komplex síknak azt a konform transzformációját, amely a kontúrt a valós tengelybe, a kontúr által bezárt tartományt a felső félsíkba képezi le! (Útmutatás: a keresett transzformáció két, a gyakorlaton részletesen megbeszélte transzformációból rakható össze.) A számolás során táblázatban kövessük a kontúr egyes jellegzetes pontjainak megfelelő komplex számértékeket! (60 pont)

3b/ Adjuk meg a  $\Phi(x, y)$  elektrosztatikus potenciált a koordináták függvényében! (10 pont)

3c/ Számítsuk ki az  $E$  elektromos térerősségvektor négyzetét a koordináták függvényében! (20 pont)

3d/ Vázoljuk fel az ábrán az elektromos erővonalak elhelyezkedését! (10 pont)



davidjuel