

MATEMATIKAI MÓDSZEREK A FIZIKÁBAN

2. évközi zh 2017. 02. 28.

Név	Neptun-kód	email-cím

Munkaidő 60 perc. Használható: Bronstein, saját órai jegyzet.

Elegendő az egyik feladatot megoldani. Ötöshöz viszont mindkét feladatot megoldása szükséges.

1. Vizsgáljuk meg a $w = f(z) = \frac{1}{2} \left(z + \frac{R^2}{z} \right)$ komplex függvényt és az általa létrehozott konform leképezést!

a/ Számítsuk ki a függvény valós és képzetes részét, és mutassuk meg, hogy ezek kielégítik a Cauchy–Riemann-féle differenciálegyenleteket! (Aki a feladat b/ és c/ részével foglalkozik, annak ezt nem kell megcsinálnia! Ez a részfeladat viszont önmagában nem elegendő a zh érvényességéhez.)

b/ Mutassuk meg, hogy a függvény a táblára lerajzolt kontúrt (mely a z komplex sík valós tengelyének $]-\infty, -R]$ és $[R, \infty[$ szakaszaiból, valamint az R sugarú felső félkörből áll) a w komplex sík valós tengelyére képezi le!

c/ Tekintsük a w változó képzetes részét elektrosztatikus potenciálnak, és számítsuk ki az elektromos térerősséget az y tengely mentén, a félkör fölött!

2. Számítsuk ki az alábbi valós integrált a reziduum-tétel segítségével! A képletben t tetszőleges valós paraméter. Ábrázoljuk az eredményt a t paraméter függvényében!

$$I(t) = \frac{3}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{x^2 \cos tx}{x^4 + 5x^2 + 4}$$

daivdyul