

Mag- és részecskefizika

Horváth Ákos előadása alapján

Második zh emlékeztető

1. Rádióaktivitás

1.1. Rádióaktivitás statisztikus képe

1.1.1. Vizsgálat feltételezései

- N db radioaktív atommagunk van
- Ezek egymástól függetlenek, elég messze vannak egymástól az atommagok
- $\lambda \neq \lambda(t)$, a bomlási állandó nem függ az időtől, azaz a rendszernek nincs memóriája

1.1.2. Bomlás valószínűségének binomiális eloszlása

1.1.2.1. bomlás binomiális eloszlása

Ekkor a bomlás valószínűsége

$$P = \lambda dt$$

ahol λ az időegységre jutó bomlás valószínűsége, dt a megfigyelés hossza.
Tehát dt idő alatt n atom elbomlásának a valószínűsége:

$p(n) = ?$ binomiális

$$p(0) = (1 - P)^N$$

$$p(1) = (1 - P)^{N-1} (P)$$

$$p(2) = (1 - P)^{N-2} \binom{N}{2} P^2 = \binom{N}{2} P^2 (1 - P)^{N-2}$$

Innen "fizikusos teljes indukcióval"

$$p(n) = \binom{N}{n} P^n (1 - P)^{N-n}$$

ami diszkrét és egész értékeket vesz fel.

1.1.2.2. binomiális eloszlás nevezetes értékei

1.1.2.2.1. várható értéke

$$\bar{n} = \sum_{n=0}^N np(n) = NP$$

1.1.2.2.2. szórás négyzete

$$\sigma^2 = \langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2 = NP(1 - P)$$

1.1.2.2.3. relatív szórás

Ha $P = \lambda dt \ll 1$ – pl. ^{238}U -nak 4,4 milliárd év a felezési ideje – akkor

$$n = \sigma^2$$

akkor a relatív szórás

$$\frac{\sigma}{n} = \frac{1}{\sqrt{n}}$$

ami azt jelenti hogy 0,001 pontossághoz 1.000.000 beütés kell.

1.1.3. Bomlás valószínűsége határátmenetben Poissonnal közelíthető

1.1.3.1. határátmenet feltételei

- NP=konst.
- $N \rightarrow \infty$
- $P = \lambda dt \rightarrow 0$

1.1.3.2. határátmenet elvégzése

A Stirling formula

$$N! \cong \left(\frac{N}{e}\right)^N \sqrt{2\pi N}$$

segítségével felírhatjuk a binomiális eloszlásban szereplő faktorokat hatványsorok segítségével

$$p(n) \cong \frac{(NP)^n}{n!} e^{-n} \left(\frac{N-NP}{N-n}\right)^{N-n} \sqrt{\frac{N}{N-n}}$$

hogy szebb eredményre jussunk azzal a közelítéssel élünk, hogy $\frac{n}{N} \cong 0$
ekkor a következőt kapjuk:

$$p(n) \cong \frac{(\bar{n})^n}{n!} e^{-\bar{n}}$$

1.1.4. Poisson eloszlás $n \gg 1$ -re Gaussal közelíthető

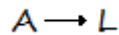
Ekkor az n atommag dt idő alatt elbomlásának a valószínűségét a következőképpen írhatjuk fel

$$p(n) = Ae^{-\frac{(n-\bar{n})^2}{2\sigma^2}} = Ae^{-\frac{(n-\bar{n})^2}{2\bar{n}}}$$

1.2. Bomlástípusok fajtái

1.2.1. Egyszerű bomlás

Anyaelemből egy leányelem lesz, ami stabil



1.2.1.1. t idő után maradt atommagok száma

N atommagból \bar{n} bomlik el

$$N' = N - \bar{n}$$

Így

$$\Delta N = -\bar{n} = -N\lambda$$

$$dN = -N(\lambda dt)$$

$$\frac{d}{dt} N = -N\lambda$$

Tehát az egyszerű bomlásnál az atommagok száma a következőképpen változik, exponenciálisbomlás törvény (Rutherford a $^{222}\text{Rn} \rightarrow ^{218}\text{Po} + \alpha \rightarrow ^{214}\text{Pb}$ bomlást tanulmányozta, szellőztetés és akkor nem észlelte a leányelemeket.)

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

1.2.1.2. felezési idő

Azaz idő, ami megadja, hogy mennyi idő alatt bomlik el az atommagok fele

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}$$

Tehát

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

1.2.1.3. átlagos élettartam

Várható értéke definíció alapján a következőképpen számolható

$$\tau = \int_0^{\infty} t p(t) dt$$

$$p(t) = \frac{e^{-\lambda t} dt}{\int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt}$$

Az integrálást elvégezve a várható élettartamra azt kapjuk, hogy

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{T_{1/2}}{\ln 2}$$

1.2.1.4.aktivitás

Definíció alapján

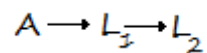
$$A := \lambda N$$

egyszerű bomlás esetén

$$A = \lambda N(t) = -\frac{d}{dt} N$$

1.2.2.Soros bomlás

Anyaelemből egy leányelem lesz, ami tovább bomlik



1.2.2.1.t idő után maradt atommagok száma

Ekkor a következő differenciálegyenlet rendszerünk van

$$\dot{N}_1 = -\lambda_1 N_1$$

$$\dot{N}_2 = \text{keletkezés} - \text{bomlás} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 = A_1 - A_2$$

Tehát ha ez megoldjuk a következő

$$N_2(0) = N_{2_0} \rightarrow N_{2_0} = A_2 + \frac{\lambda_1 N_{1_0}}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

kezdeti feltételek mellett, akkor

$$N_2(t) = N_{2_0} e^{-\lambda_2 t} + \frac{\lambda_1 N_{1_0}}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

1.2.2.2. teljes aktivitás

N_1, N_2, \dots aktivitásának összege

$$A_{\text{teljes}} = \sum_{i=0}^n \lambda_i N_i$$

ahol

$$N_k(t) = \sum_{i=1}^k b_i e^{-\lambda_i t}$$

$$b_i = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_3 - \lambda_i)(\lambda_3 - \lambda_2)}$$

1.2.2.3. rádióaktív egyensúly

$\exists t_0 : t > t_0 \left| \frac{A_2}{A_1} - R \right| < \varepsilon$, ha elég időt várunk akkor az anya és a leány elem aktivitásának az arány konstans lesz.

$$\frac{A_2(t)}{A_1(t)} = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \left(1 - e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t} \right)$$

legyen $\varepsilon = 0,01$ akkor a radioaktív egyensúly beállításához szükséges idő:

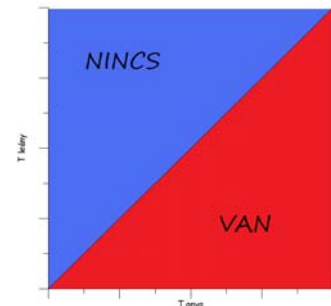
$$e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t} = 0,01$$

$$t = \frac{\ln 0,01}{\lambda_1 - \lambda_2} = \frac{\ln 0,01}{\ln 2} \frac{\ln 2}{\lambda_1 - \lambda_2} = \frac{\ln 0,01}{\ln 2} \frac{1}{1/T_{1/2}^1 - 1/T_{1/2}^2}$$

1.2.2.4. bomlási, szekuláris egyensúly

A leányelemek mennyisége időben állandó marad, az anyaelem pedig csökken. Ilyenkor

$$\text{Ha } T_{1/2}^1 \gg T_{1/2}^2 \quad \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \cong \frac{\lambda_2}{\lambda_2} = 1$$



1.2.3. Párhuzamos bomlás

Anyaelemből több leányelem lesz



1.2.3.1. t idő után maradt atommagok száma

Az anya elem két leányelemre bomolhat

$$\frac{d}{dt} N_1 = -\lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_1 = -\frac{d}{dt} (N_2 + N_3)$$

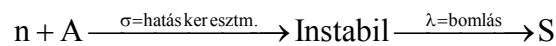
1.2.3.2. csatorna arány

Megadja hogy mekkora eséllyel keletkezik az adott leányelem. Tehát annak a valószínűsége, hogy k-adik leányelem keletkezik

$$g_k = \frac{\lambda_k}{\sum \lambda_i}$$

1.2.4. Mesterséges, indukált bomlás

Stabilból instabilt hozunk létre



1.2.4.1. t idő után maradt atommagok száma

Mesterségesen előállítottunk instabil atommagot, ami tovább bomlik

$$\frac{d}{dt} N_1 = -\lambda N_1 + \sigma j_n N_A = -\lambda N_1 + \text{Konst.} = -\lambda N_1 + R$$

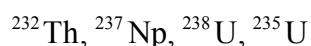
Ha ezt a differenciálegyenletet megoldjuk akkor azt kapjuk

$$N_{\text{Inst.}}(t) = \frac{R}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t})$$

$$A_{\text{Inst.}}(t) = \lambda N_{\text{Inst.}}(t) = R (1 - e^{-\lambda t})$$

1.3. Rádióaktív családok

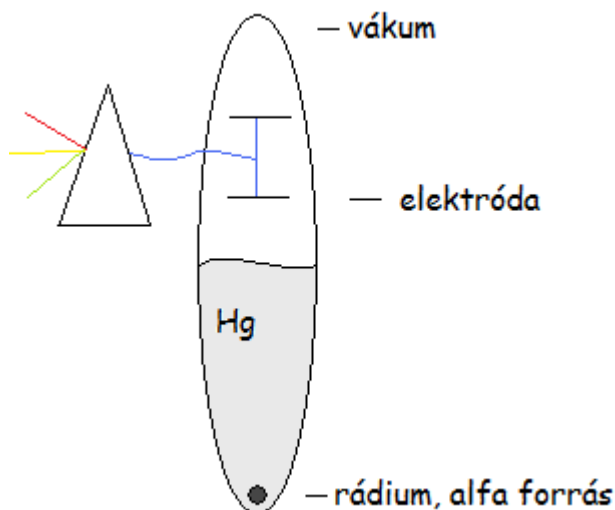
Természetes sorokban α, β, γ bomlások vannak. A tömegszám négyvel változhat, mivel a β, γ bomlásnál nem változik meg a rendszám, az α bomlásnál pedig négyvel. Így négy családot különböztetünk meg, minden 4-el való osztás maradékához – 0, 1, 2, 3 – egy család. Minden család a leghosszabb felezési idejű tagjáról van elnevezve.



1.4. Rádióaktív bomlások minőségi leírása

1.4.1. α bomlás

Rutherford kísérletének összeállítása az 1.4.1.1. ábrán látható

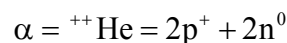


1.4.1.1. ábra

A sugárzást prizmával felbontotta és színeképelemzés segítségével meghatározta, hogy He-t lát.

Mivel mágneses térben eltérült, ezért pozitív ionnak kellett lennie.

Tehát az α nem más mint egy He atommag, azaz

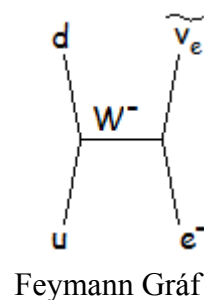
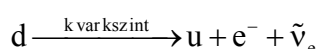
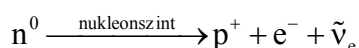
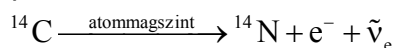


$$E_\alpha \cong 4 - 10 \text{MeV}$$

1.4.2. β bomlás

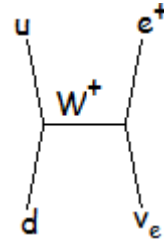
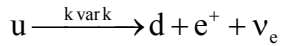
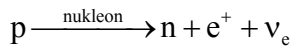
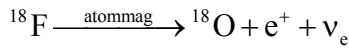
Csak a kvarkok ízét változtatja meg, tehát W részecskék gyenge kölcsönhatást közvetítő részecskék.

1.4.2.1. β^- bomlás



Feymann Gráf

1.4.2.2. β^+ bomlás



1.4.2.2.további β bomlás

Az egyenleteket ide átrendezhetjük, így összesen további 6 egyenletet kapunk

1.4.3. γ bomlás

Becquerel fedezte fel, mikor a megfeketedett foto papírt vizsgálta.

Az atommag gerjesztése során sugározódhat ki, ellenben a röntgen sugárzással, mert ott az elektrórhely van gerjesztve.

Pálya perdület mindig egész számút változhat. Tehát $2^+ \rightarrow 0^+$ lehetséges átmenet, ellenben a $3/2 \rightarrow 0$ átmenettel.

$$\begin{array}{l} \text{-----} \quad I^\pi \\ \text{-----} \quad I^\pi \\ \text{-----} \quad I^\pi \end{array} \quad \begin{array}{l} I = \text{magspin} \\ \pi = \text{paritás} \end{array}$$

1.4.3.1.belső konverzió

A γ sugárzás egy külső elektronnak adja az energiáját, nem keletkezik foton.

1.4.4.hasadás

- N/Z arány állandó, a hasadványok és a anyaelem N/Z arányaid megegyeznek
- aszimmetrikus hasadás, mikor nem feleződik
- néhány gyors neutron keletkezik
- $E \cong 200\text{Mev}$ energia szabadul fel

1.5.Rádióaktív bomlások energia eloszlása

1.5.1.Atommag visszalökődése α bomláskor

Az energia-megmaradást ha felírjuk

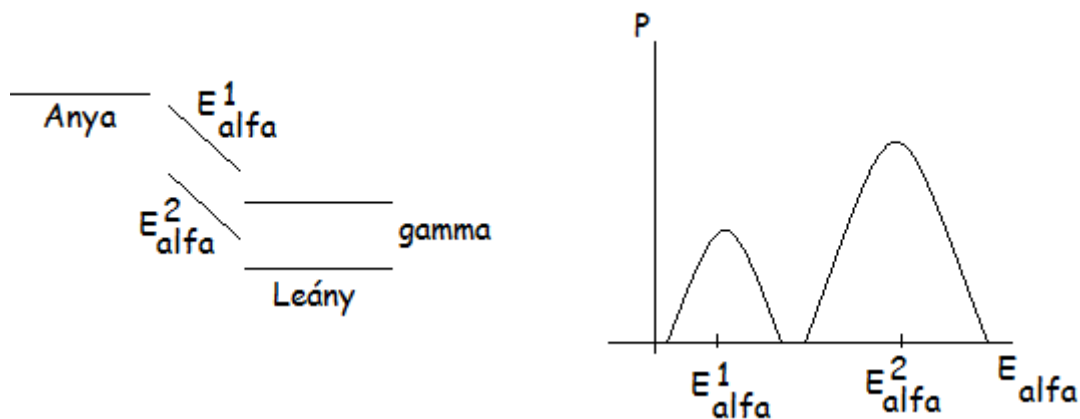
$$E_\alpha + E_{AM} = \frac{p^2}{2m_\alpha} + \frac{p^2}{2m_{AM}} = (m_A - m_{AM} - m_\alpha)c^2 = \text{áll.} = Q$$

ha ezt felírjuk a nukleáris atom tömeg ($m_c / 12$) segítségével, akkor

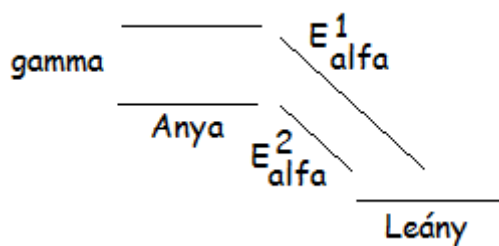
$$Q = \frac{p^2}{2 \cdot 4m_{\text{nuk}}} + \frac{p^2}{2 \cdot (A-4)m_{\text{nuk}}} = \frac{p^2}{2 \cdot 4m_{\text{nuk}}} \left(\frac{A}{A-4} \right) = E_\alpha \left(\frac{A}{A-4} \right)$$

1.5.1.1. Az α bomlás finomszerkezete

Többfajta leányelem is termelődhet, mivel lehet: alapállapotú leány elem és annak gerjesztett testvérei

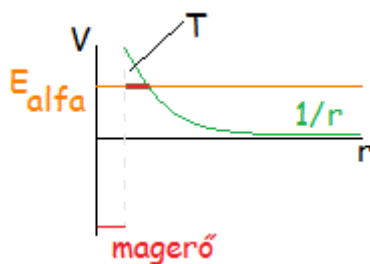


Többfajta anyaelemből is jöhet, mivel lehet: alapállapotú és gerjesztett az anyaelem is.



1.5.1.2. Az α bomlás mechanizmusa

A bomlás során az α részecskének egy potenciál falon kell átmennie alagúteffektussal, mivel kezdetben a magerő hat rá és utána a Coulomb, tehát ennek a kettőnek a potenciálja az 1.5.1.1.2. ábrán látható



1.5.1.2.1. ábra

Az alagút effektus valószínűsége a potenciálban látható területtel a következőképpen írható le

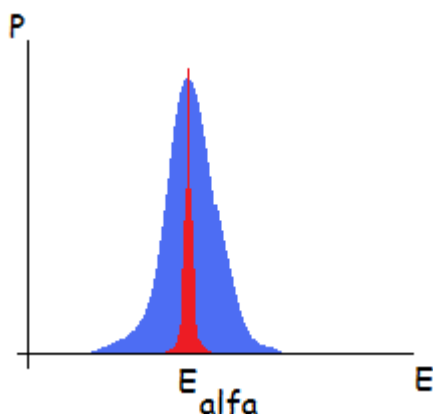
$$G_{(\text{ammo})} \sim e^{-T} \sim \lambda$$

Geiger-Nuttal törvény alapján

$$\ln \lambda \sim A \ln E_\alpha + B$$

1.5.1.3. Az α bomlás energia eloszlása

Mint ahogy azt már láttuk, az E_α megadott energiával rendelkezik, tehát az energia eloszlása egy Dirac-deltát kéne hogy adjon, de a természetes vonalszélesség miatt erre még ráerakodik egy Lorentz-görbe



A Lorentz-görbe fél értékszélessége a határozatlansági reláció alapján

$$\Gamma = \frac{\hbar}{2\tau}$$

És a Lorentz-görbe egyenlete

$$P(E) \sim \frac{1}{(E - E_0)^2 + \Gamma^2}$$

1.5.1.4. Az α bomlás koincidienciás detektálása

Mivel 1.5.1.1. pontban leírtak alapján több energia csúcs is lehet, ezért koincidenca mérést szoktak csinálni.

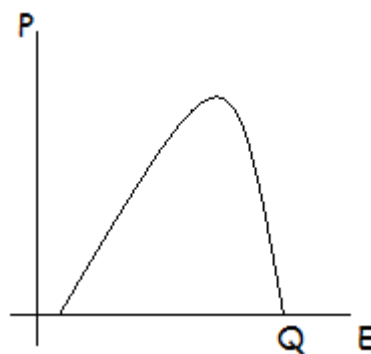
Ami a következőképpen néz ki, készítenek egy detektort ami az alapállapotból az alapállapotba való bomlás során kilépő energiát képes felfogni, és az egészet körbeveszik γ sugárzás energia mérőberendezéssel és így tudják mérni a gerjesztett állapotú átmeneteket, mivel

$$E_\gamma \cong E_2 - E_1$$

azért csak körülbelül, mert az anya vissza is lökődik

1.5.2. β bomlás energia eloszlása

- folytonos, nem szimmetrikus
- $E = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4} \cong pc$ ultra relativisztikus közelítésben parabola az eloszlás
- $Q = E_e + E_{\bar{\nu}_e}$



1.5.3. γ sugárzás energia eloszlása

1.5.3.1. Spinek típusai

A spinek típusát jelöljük i -vel, ahol $i = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \dots$

$$i \rightarrow \hat{S}^2, \hat{S}_z \quad \text{ahol, } \hat{S}^2 = i(i+1)\hbar^2 \text{ és } \hat{S}_z = i\hbar, (i-1)\hbar, \dots, -i\hbar$$

1.5.3.1. Spinek típusára vonatkozó összefüggés

Az energia megmaradás

$$G_{(\text{erjesztett})} = A_{(\text{lap})} + \gamma$$

Impulzus megmaradás

$$I_G = I_A + \gamma$$

Ezekből a következő összefüggést írhatjuk fel a spinekre

$$|i_G - i_A| \leq l \leq |i_G + i_A| \quad l \in Z$$

ahol l azt mondja meg, hogy milyen szögeloszlásban lehet detektálni a sugárzást.

EM sugárzás:

| | | |
|-------|-----------|---|
| $l=0$ | izotróp | Ilyen nincs, mert van saját perdülete a sugárzásnak |
| $l=1$ | dipól | |
| $l=2$ | kvadrupól | |
| $l=3$ | ... | |

1.5.3.2. hogyan lehet eldönteni, hogy mi hogyan sugároz?

A paritás megmaradást felírva

$$\pi_G = \pi_A \cdot (-1)^l$$

Az elektromos illetve mágneses sugárzások γ sugárzás paritásával a következőképpen írhatóak fel

$$\pi_\gamma = (-1)^l E$$

$$\pi_\gamma = (-1)^{l+1} M$$

Az elektromos sugárzások 1-gyel valószínűbbek, mint a mágnesesek (E1~M2)

PÉLDA

- a) döntsük el a $2^+ \rightarrow 0^+$ átmenetről, hogy milyen sugárzás lehet
l könnyen meghatározható $|2-0| \leq 1 \leq |2+0| \rightarrow l=2$
mind a két állapot paritása megegyezik (+1), így tehát

$$\begin{aligned} +1 &= +1 \cdot \pi_\gamma \rightarrow \pi_\gamma = +1 = (-1)^l E = -1 \\ &= (-1)^{l+1} M = +1 \end{aligned}$$

tehát ez egy mágneses sugárzás mégpedig

$$1^+ \xrightarrow{M2} 0^+$$

- b) döntsük el a $3/2^- \rightarrow 1/2^+$ átmenetről, hogy milyen sugárzás lehet
l könnyen meghatározható: $l=1,2$
mivel a két paritás nem egyezik meg, ezért

$$\begin{aligned} -1 &= +1 \cdot \pi_\gamma \rightarrow \pi_\gamma = -1 = (-1)^l E \\ &= (-1)^{l+1} M \end{aligned}$$

$l=1$ -re elektromos és $l=2$ -re mágneses. Tehát ez

$$3/2^- \xrightarrow{E1, M2} 1/2^+$$

ebből E1 sokkal valószínűbb mint M2

2. Részecske és anyag kölcsönhatása

2.1. Áttekintés

2.1.1. Semleges részecskék és anyag kölcsönhatása

- γ : fotóeffektus
Compton effektus
párkeltés
- n^0 : ütközik a protonnal, vagy az atommaggal (magreakció)
- ν : átrendezett β bomlás

2.1.2. Töltött részecskék és anyag kölcsönhatása

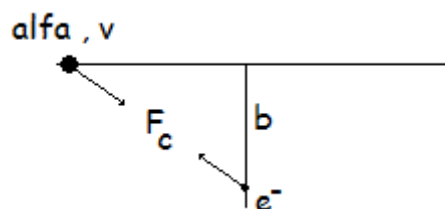
| | Nehéz töltött részecskék (p^+ , α , atommagok...) | Könnyű töltött részecskék (e^- , e^+ , pionok...) |
|------------------|--|---|
| Ionizáció | Bethe-Block formula | $\frac{d}{dx}E = \sigma$ |
| Sugárzás | Nem számottevő | ... |

2.1. Konkrétan

2.2.1. Nehéz és könnyű töltött részecske ionizációs energiavesztesége

- Bethe-Block formula
- Tehát egy nehéz töltött részecskét belövünk a céltárgyba, a részecske ionizálja a céltárgyat, energiát veszít, lelassul.

A következő problémát kell tehát megoldanunk



$$\int F dt = P \rightarrow E$$

2.2.1.1.közelítések

- α^{2+} részecske pályája egyenes (nem hiperbola, nem talál el magot útja során)
- $v = \text{áll.}$ (elég vékony a céltárgy, ahhoz hogy azon a vastagságon alig lassuljon)
- az e^- nem mozdul el (atomhoz van kötve, és nem aduk elég energiát a kiszakításhoz)

2.2.1.2.számolás

2.2.1.2.1.egy elektronnak leadott energiája

Mivel szimmetrikus a probléma ezért az erő vízszintes komponense összességben nem változtatja meg az α^{2+} részecske pályáját.

$$p = \int F_{\perp} dt = \int k \frac{e^2 Z_{\alpha}}{r^2} \cos \vartheta dt$$

Áttérve ϑ szerinti integrálra $v \cos \vartheta = r d\vartheta$

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} k \frac{e^2 Z_{\alpha}}{r^2} \frac{rd\vartheta}{v} = \dots r \cos \vartheta = b \dots = 2k \frac{e^2 Z_{\alpha}}{vb}$$

Tehát az energia amit egy elektronnak átad

$$E_1 = \frac{p^2}{2m_e} = \frac{4(k e^2)^2 Z_{\alpha}^2}{2m_e b^2 v^2}$$

2.2.1.2.2.legfeljebb b távolságra lévő elektronoknak leadott energiája Falban lévő elektronok száma

$$N(b) = n 2\pi b db \Delta x$$

Ebből a veszített energia

$$E = \frac{4\pi n k^2 e^4 Z_{\alpha}^2}{m v^2} \int_0^{\infty} \frac{db}{b}$$

ez divergál nullára, tehát van egy legkisebb energia ami alatt már nem ionizál -> az ionizációs energiától a meglökési energiáig kell integrálni.

$$E = \frac{4\pi n k^2 e^4 Z_{\alpha}^2}{m_e v^2} \ln \frac{2m_e v^2}{E_{\text{ion}}}$$

2.2.1.2.3. relativisztikus korrekciókkal

A leadott energia tehát a következőképpen néz ki

$$E = \frac{4\pi n k^2 e^4 Z_\alpha^2}{m_e v^2} \left[\ln \frac{2m_e v^2}{E_{\text{ion}}} - \ln \left(1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2 \right) - \left(\frac{v}{c} \right)^2 - p \right]$$

2.2.1.3. Skála törvény

Detektornál az előző számolás. Azt mondja, hogy a leadott energia arányos Z: rendszám négyzetével (protonok száma) és a A: tömegszámmal (nukleonok száma)

$$E_{\text{lead}} \sim \frac{Z^2 A}{E_{\text{kezdeti}}}$$

PÉLDA:

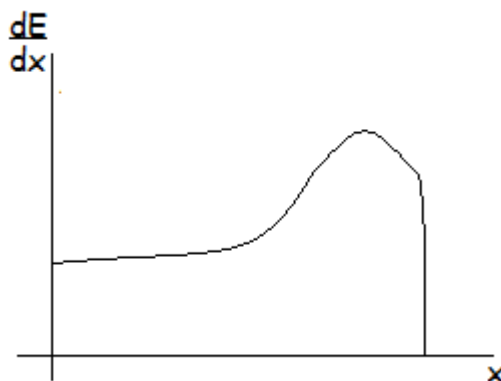
Ha egy 1MeV proton (Z=1, A=1) lead 10keV-et, akkor mennyi energiát ad le egy 6MeV-es ^{11}C ?

$$\frac{\Delta E_1}{\Delta E_2} = \frac{\frac{Z_1^2 A_1}{E_1}}{\frac{Z_2^2 A_2}{E_2}} \rightarrow \frac{10\text{keV}}{?} = \frac{\frac{1^2 \cdot 1}{1\text{Mev}}}{\frac{6^2 \cdot 11}{6\text{Mev}}} = \frac{1}{66} \rightarrow ? = 660\text{keV}$$

2.2.1.4. Hatótávolság

Azaz út ami alatt kellőképpen lelassul az ion ahhoz, hogy már ne tudjon ionizálni.

$$R = \int_0^R dx = \int_{E_0}^0 \frac{dx}{dE} dE = \dots \text{skála} \dots \sim \frac{E_0^2}{Z^2 A}$$



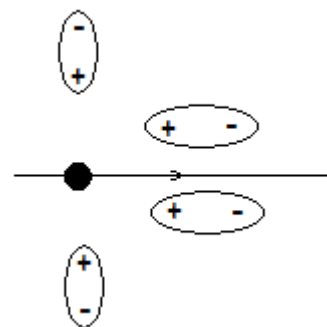
2.2.1.5. Cserenkov sugárzás

- közeg törésmutatója nagyobb, mint 1
- ekkor a közegben a fénysebesség $c = \frac{c_0}{n}$
- esetünkben az elektron sebessége: $v > \frac{c_0}{n}$

A közeg bocsátja ki a sugárzást, mégpedig a következőképpen

Változó dipólusok, lesznek a közeg molekulák, mivel az elektron mozgatja őket.

Ha az elektron sebessége nem lenne nagyobb, mint a közegbeli fénysebesség akkor kioltanák egymást ezek a dipólok.



A kúp nyílásszögének $\sin \alpha = \frac{c}{v}$ két határeset

I. eset

$$v \cong c_0$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{n}$$

II. eset

$$v \cong c$$

$$\sin \alpha = 1 \rightarrow \alpha = 90^\circ$$

2.2.2. Semleges részecske és anyag kölcsönhatása

2.2.2.1. γ sugárzás és anyag kölcsönhatása

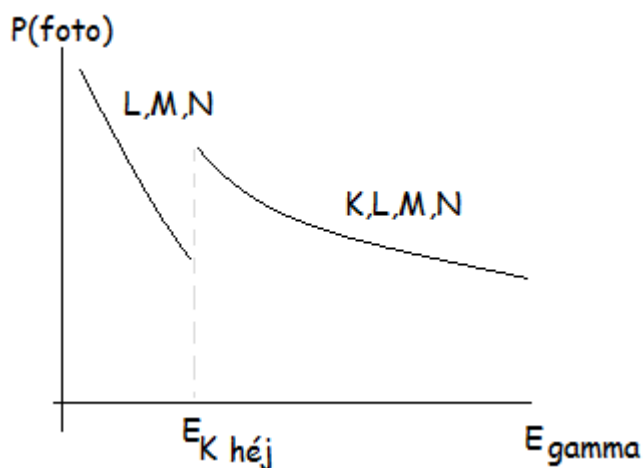
2.2.2.1.1. foto-effektus (összes energiáját átadja a foton)

- NEM jöhet létre szabad elektronon, mert akkor az energia, illetve az impulzus megmaradás nem teljesülne.
- kell egy harmadik játékos is, pl. atommag (AM)

A belső héjakról könnyebben meg végbe a folyamat, de viszont mire beér az ionizációs veszteség miatt lehet h elveszti az energiáját.

Rendszám függése is van mert minél nagyobb a rendszám annál jobban besegít a mag

$$P(\text{foto}) \sim Z^5$$



2.2.2.1.2. Compton-effektus (az energiájának egy részét adja át)

- szabad elektronon is végbemehet
- Compton képlet

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_0c^2}(1 - \cos \vartheta)}$$

- tehát ebből a maximálisan átadható energia

$$E(180^\circ) = h\nu - h\nu' = \dots = \frac{h\nu}{\frac{m_0c^2}{2h\nu} + 1}$$

- a Compton-effektus valószínűsége
 - bármelyik héjról u.a. v.sz.-gel.
 - elektronok száma a döntő

$$P(\text{Compton}) \sim Z$$

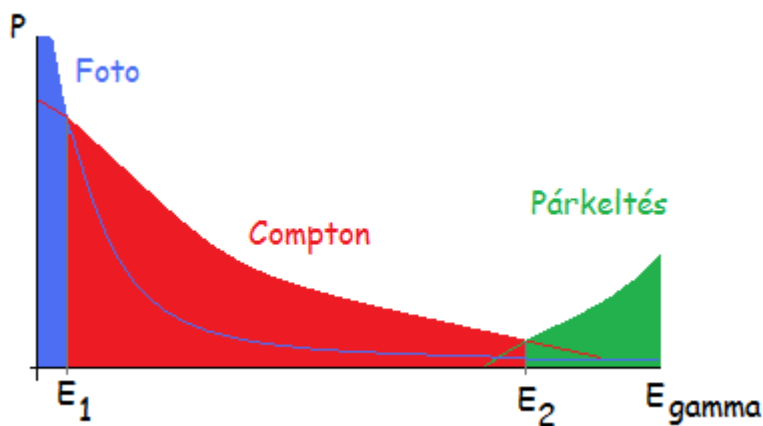
2.2.2.1.3. Párkeltés (kell külső erőtér is)

- küszöbérték $E_\gamma > 2m_0c^2 + AM$ _vissza_ lökődik
- ha nem atommag van hanem a külső teret is egy elektron adja akkor ez a küszöb érték: $E_\gamma > 4m_0c^2$

- párkeltés valószínűsége

$$P(\text{párkeltés}) \sim Z^2 \ln E_\gamma$$

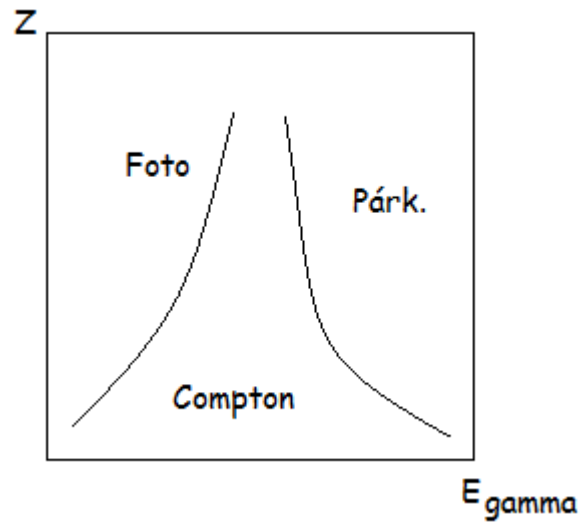
2.2.2.1.4. három folyamat összehasonlítása



A rendszám növelésével E_1 és E_2 közeledik egymáshoz

- Z _nő
- E_1 _nő
- E_2 _csökken

Tehát együtt a kettő



2.2.2.1.5.annihiláció (pozitórium)

– két foton keletkezik, hogy az impulzus nulla legyen

– ϑ függ az anyagtól -> PET

