

Kvantummechanika ZH 1 A (2012.11.05.)

1. Két részecske (a és b) fizikai állapotait a következő hullámfüggvények írják le:

$$\Psi_a(r, \theta, \phi) = \left[\frac{1}{2}e^{i\phi} + \frac{1}{\sqrt{2}}e^{4i\phi} + \frac{1}{\sqrt{5}}e^{3i\phi} + e^{\frac{1}{2}i\phi} \right].$$

$$\Psi_b(r, \theta, \phi) = \left[\frac{1}{3}e^{2i\phi} + \frac{2}{3}e^{3i\phi} + \frac{1}{2}e^{5i\phi} + \frac{\sqrt{7}}{6}e^{7i\phi} \right].$$

Milyen lehetséges értékeket mérhetünk a kísérletek során az egyes részecskék impulzus-momentumának z -komponensére? Mik a mérésekhez tartozó valószínűségek? (Individuális méréseket végzünk a és b részecskékre.) [4 pont]

2. Egy részecske hullámfüggvénye a következő:

$$\psi(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & \text{ha } |x| \leq 1, \\ 0, & \text{ha } |x| > 1 \end{cases}$$

Adjuk meg a részecske kvantumállapotának síkhullámok szerinti kifejtési-együttható függvényét! [6 pont]

3. a., Számítsuk ki a $[\hat{H}, \hat{a}^\dagger]$ kommutátort, ahol $\hat{H} = \hbar\omega(\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2})$ a harmonikus oszcillátor Hamilton operátora!

b., Lássuk be a $e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}t}\hat{a}^\dagger e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} = \hat{a}^\dagger e^{-i\omega t}$ operátor egyenlőséget! [4 pont]

4. Írjuk fel a

$$\psi(x) = A \sin^2\left(\frac{4\pi}{d}x\right) - A \cos^2\left(\frac{4\pi}{d}x\right)$$

állapotot periódikus határfeltétel mellett impulzus sajátállapotok lineáris kombinációjaként! Mekkora A értéke, ha fizikai állapotról van szó? [6 pont]

Kvantummechanika ZH 1 B (2012.11.05.)

1. Két részecske (a és b) fizikai állapotait a következő hullámfüggvények írják le:

$$\Psi_a(r, \theta, \phi) = \left[\frac{1}{\sqrt{7}}e^{3i\phi} + \frac{2}{\sqrt{7}}e^{5i\phi} + \frac{1}{\sqrt{7}}e^{7i\phi} + \frac{1}{\sqrt{7}}e^{11i\phi} \right].$$

$$\Psi_b(r, \theta, \phi) = \left[\frac{1}{2}e^{i\phi} + \frac{1}{\sqrt{2}}e^{4i\phi} + \frac{1}{\sqrt{5}}e^{3i\phi} + \frac{3}{\sqrt{2}}e^{\frac{1}{2}i\phi} \right].$$

Milyen lehetséges értékeket mérhetünk a kísérletek során az egyes részecskék impulzus-momentumának z -komponensére? Mik a mérésekhez tartozó valószínűségek? (Individuális méréseket végzünk a és b részecskékre.) [4 pont]

2. Egy részecske hullámfüggvénye a következő:

$$\psi(x) = \begin{cases} |x^3|, & \text{ha } |x| \leq 1, \\ 0, & \text{ha } |x| > 1 \end{cases}$$

Adjuk meg a részecske kvantumállapotának síkhullámok szerinti kifejtési-együttható függvényét! [6 pont]

3. a., Számítsuk ki a $[\hat{a}^\dagger, \hat{H}]$ kommutátort, ahol $\hat{H} = \hbar\omega(\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2})$ a harmonikus oszcillátor Hamilton operátora!

b., Lássuk be a $e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}t}\hat{a}^\dagger e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} = \hat{a}^\dagger e^{-i\omega t}$ operátor egyenlőséget! [4 pont]

4. Írjuk fel a

$$\psi(x) = A \cos^2\left(\frac{2\pi}{d}x\right)$$

állapotot periódikus határfeltétel mellett impulzus sajátállapotok lineáris kombinációjaként! Mekkora A értéke, ha fizikai állapotról van szó? [6 pont]