Kvantummechanika gyakorlat

1. házi feladat

Beadási határidő: 2009. október 6.

1. Számold ki a következő kommutátorokat!

   (a) $[\hat{H}, \hat{p}_x]$,

   (b) $[\hat{H}, \hat{T}_x(a)]$,

   (c) $[\hat{H}, \hat{P}_x]$,

   (d) $[\hat{T}_x(a), \hat{P}_x]$,

   ahol $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\triangle + V(x,y,z)$ a Hamilton-operátor, $\hat{p}_x = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}$ az x irányú impulzus operátora, $\hat{T}_x$ az x irányú téreltolás operátora $((\hat{T}_x(a)\Psi)(x,y,z) = \Psi(x-a,y,z))$ és $\hat{P}_x$ az x irányú tértükrözés operátora $((\hat{P}_x\Psi)(x,y,z) = \Psi(-x,y,z))$.

2. Adott egy végtelen gödörbe zárt részecske egy dimenzióban. A potenciál tehát:

$$V(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } 0 < x < a \\ \infty & \text{egyébként} \end{cases}$$

   A gyakorlaton meghatároztuk a rendszer $\psi_n(x)$ sajátállapotait és azok E_n energiáit. Tegyük fel, hogy a részecske $t = 0$-ban a

$$\Psi(x, t = 0) = A \cdot x(a - x)$$

   állapotban van.

   (a) Mi A értéke?

   (b) A Ψ állapot felírható a ψ_n sajátállapotok lineáris kombinációjaként. Határozd meg a két legalacsonyabb energiájú állapothoz tartozó együtthatót!

$$\Psi(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cdot \psi_n(x) \cdot e^{-iE_nt/\hbar}, \quad c_1 = ? \quad c_2 = ?$$

   (c) Számold ki a Hamilton operátor várható értékét a $\Psi(x,t)$ állapotban! Mennyire tér el ez E_1-től?

   (d) Mennyi a valószínűsége, hogy a rendszer energiáját megmérve E_1-et kapunk eredményül? És hogy E_2-t?