

# Kvantummechanika ZH I.

2011. március 28

## 1. Végtelen mély potenciálgödör

Legyen  $V(x) = 0$ , ha  $0 < x < a$  és  $V(x) = \infty$  azon kívül. (a) Adjuk meg az energia sajátértékeket és a normált sajátfüggvényeket ( $E_n, \psi_n(x), n = 1, 2, \dots$ ). (b) Ha a normált kezdeti feltétel  $\psi(x, t = 0) = A[3\psi_1(x) + 4\psi_2(x)]$  alakú, akkor mennyi lehet  $A$ . Adjuk meg a  $\psi(x, t)$  időfüggő hullámfüggvényt. (c) Határozzuk meg a  $p_{12} = \langle \psi_1 | \hat{p} | \psi_2 \rangle$  mátrixelemet. (d) Az impulzus  $p(t) = \langle \psi(t) | \hat{p} | \psi(t) \rangle$  időfüggő várható értéke oszcillál – adjuk meg ennek a frekvenciáját.

## 2. Dirac delta potenciálgödör

Írjuk fel a  $V(x) = -\alpha\delta(x)$   $\alpha > 0$  potenciálbeli egyetlen kötött állapotot, s vizsgáljuk meg, teljesül-e a határozatlansági reláció (számítsuk ki  $\Delta x \Delta p$  értékét).

## 3. Dirac delta potenciálgát

Az origóba állított  $V(x) = \alpha\delta(x)$  potenciálgát mellett határozzuk meg a reflexiós és transzmissziós amplitúdókat ( $r(E), t(E)$ ) Teljesül-e  $|r|^2 = |t|^2$ ? Mekkora az alagutazás valószínűsége?

## 4. Négyzög potenciálgát

Legyen  $V(x) = V_0 > 0$ , ha  $0 < x < a$  és  $V(x) = 0$  azon kívül. Mekkora energia mellett lesz tökéletes a transzmisszió ( $T = 1$ ) a következő esetekben (a)  $V_0 < E$  (b)  $V_0 > E$ ?

## 5. Nem teljes rendszer

Tegyük fel, hogy valamely potenciálgödörben véges számú kötött állapot létezik. Ezért egy részecske kezdeti, normálható de egyébként tetszőleges hullámfüggvényét általában nem fejthetjük ki a kötött állapotok szerint. Írjuk le néhány mondattal kvalitatíven, az ilyen állapot hogyan fejlődhet az időben?

## 6. Operátorok függvényei

Számítsuk ki a következő kommutátorokat (a)  $[f(\hat{x}), \hat{p}]$ ; (b)  $[\hat{x}, f(\hat{p})]$ . Mutassuk meg, hogy (c) ha  $\hat{P}$  projektor, akkor  $1 - \hat{P}$  is az; (d)  $\frac{1}{\hat{1} - a\hat{P}} = \hat{1} + \frac{a}{\hat{1} - a}\hat{P}$ ; (e) általában  $f(\hat{P}) = \hat{1}f(0) + (f(1) - 1)\hat{P}$  (utólagos kiegészítés:  $f(1) - 1$  elírás, a helyes képlet  $f(1) - f(0)$ , a feladatot megoldónak ezt észre kellett venni).