

# Kvantummechanika gyakorlat

## 2. Gyakorló feladatsor

1. Számold ki a harmonikus oszcillátor energiakorrekcióit kvartikus (negyedrendű) perturbáló potenciálban:

$$\hat{W}(x) = \beta \hat{x}^4!$$

2. Vegyük a  $j_1 = \frac{1}{2}$ -es és  $j_2 = \frac{3}{2}$ -es spinek direkt szorzatát. Számoljuk ki a Clebsh-Gordon együtthatókat!
3. Vizsgáljuk meg két feles spin direkt szorzatából alkotott rendszer energiafelhasadását következő kölcsönhatás (mágneses dipól-dipól kölcsönhatás) eredményeként:

$$\hat{V} = A \frac{(\underline{\sigma}^{(1)} \underline{\sigma}^{(2)}) r^2 - 3 (\underline{\sigma}^{(1)} \underline{r}) (\underline{\sigma}^{(2)} \underline{r})}{r^5},$$

ahol  $\underline{r} = (0, 0, d)$  vektor. A problémát a szinglett-triplett bázisban vizsgáljuk.

4. Tekintsünk az z-tengely mentén egymástól  $d$  távolságra lévő két feles spint, amelyekből az egyik spinje  $\hat{S}_z$  operátornak pozitív, a másik  $\hat{S}_z$  negatív sajátértékű sajátállapotában van. Ha az előző példában lévő kölcsönhatás hat a rendszerre, mennyi idő után fognak megfordulni a spinek? ( $\hat{S}_z$ -nek a másik sajátértékéhez tartozó állapotba kerülnek, mint a kezdetben voltak. A hullámfüggvény közben felszed egy  $-1$ -es szorzót.)
5. Vizsgáljuk hidrogénszerű atomok azon perturbációját, amikor a magtöltés hirtelen megnő:  $Z \rightarrow Z + 1$ . Számoljuk ki a  $\psi_{210}(r, \vartheta, \varphi)$  állapotban az energiakorrekciót, és hasonlítsuk össze az egzaktul ismert megoldással. Mikor használható a perturbációszámítás?
6. Tekintsük a síkrotátort, amire a következő perturbáció hat:

$$V(x) = \begin{cases} V_0 & \text{ha } -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}, \\ 0 & \text{egyebkent.} \end{cases}$$

Hogy módosulnak az energiasajátállapotok? (Ez degenerált perturbációszámítás, mivel  $E_m = E_{-m}$ !)