

Kvantummechanika gyakorlat

1. Gyakorló feladatsor

1. Adott egy végtelen mély potenciálgödör:

$$V(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } -a < x < a \\ \infty & \text{egyébként} \end{cases},$$

A rendszerünk állapotát a $\psi(x) = B(a-x)(a+x)$ hullámfüggvény írja le, ha $-a < x < a$, különben $\psi(x) = 0$. Feladatok:

- Határozd meg B normálási faktort!
- Határozd meg a rendszer energiáját!
- $\psi(x)$ kifejthető a rendszer sajátfüggvényeinek bázisán, $\psi(x) = \sum_i c_i \psi_i(x)$. Határozd meg a két legalacsonyabb energiás sajátállapothoz tartozó együtthatót ($c_1 = ?$, $c_2 = ?$)!
- Hogy viszonyul a két legalacsonyabb sajátállapot energiájához az adott állapot energiája?
- Mi a valószínűsége, hogy E_1 , illetve E_2 energiájúnak mérjük a rendszert?

(Akinek van kedve, megismételheti a számolást olyan végtelen mély potenciálgödörben, amikor a $0 < x < a$ tartományon 0 a potenciál, és $\psi(x) = C(a-x)x$ a hullámfüggvény.)

2. Adott a következő potenciál:

$$V(x) = \begin{cases} V_0, & \text{ha } -2a < x < -a \text{ és } a < x < 2a \\ \alpha\delta(x) & \text{ha } -a < x < a \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases}.$$

Feladatok:

- Számold ki a potenciálhoz tartozó transzfer mátrixot!
- Számold ki a transzmissziós és reflexiós együtthatókat (t, r) valamint a hozzájuk tartozó transzmissziós és reflexiós valószínűségeket ($|t|^2, |r|^2$)!
- Van-e kötött állapota a rendszernek? Ha igen, rajzold le a hozzá tartozó hullámfüggvényt!
- Ha van kötött állapot, számold ki az energiáját!

3. Számold ki a következő kommutátorokat:

(a) $[\hat{x}^2, \hat{p}]$,

(b) $[\hat{p}^2, \hat{x}]$,

(c) $[\hat{x}\hat{p}, \hat{p}\hat{x}]$,

(d) $[\hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{a}^\dagger \hat{a}, \hat{x}]!$

4. Számold ki a harmonikus oszcillátor sajátállapotai közötti következő mátrixelemeket:

(a) $\langle n | \hat{x} \hat{p} | m \rangle$,

(b) $\langle n | \hat{p} \hat{x} | m \rangle$,

(c) $\langle n | \hat{x} \hat{p} \hat{x} \hat{p} | m \rangle !$

Mikor nem 0 az eredmény?

5. Számold ki az $\hat{x}\hat{p}$ operátor várhatóértékének időfüggését koherens állapotban !
($\langle \alpha(t) | \hat{x}\hat{p} | \alpha(t) \rangle = ?$)