

# Kvantummechanika 1. ZH

2011. október 26.

1. feladat Egy  $m$  tömegű részecske csak az  $x \geq 0$  félegyenesen tud mozogni. A potenciális energia

$$V(x) = -v_0 \delta(x - a) \quad (v_0 > 0, a > 0).$$

Az  $x = 0$ -nál lévő falnak speciális tulajdonságú. Hány kötött állapota van a rendszernek, ha

- (a) a részecske „szereti” a falat (azaz a határfeltétel a falnál:  $\Psi'(0) = 0$ ), ill. ha
- (b) a részecske „nem szereti” a falat (azaz a határfeltétel a falnál:  $\Psi(0) = 0$ )?
- (c) Ha mindkét esetben van legalább egy kötött állapot, akkor melyik esetben alacsonyabb az alapállapot energiája?

2. feladat Számoljuk ki az 1D-s harmonikus oszcillátor energiasajátállapotaiban a  $\Delta x \Delta p$  szorzatot!

3. feladat Számoljuk ki a Dirac- $\delta$  potenciál, valamint a véges mély potenciálgödör transzmissziós együtthatóját ( $V_0 < 0, E > 0$ )! Az utóbbit számoljuk ki a  $V_0 \rightarrow -\infty, a \rightarrow 0, V_0 a = const.$  határátmenetben is! Milyen kapcsolatot lehet észrevenni?

4. feladat Hogy néz ki a hullámfüggvénye egy lineáris potenciálban lévő részecskének? (Elég a koordinátatérbeli hullámfüggvény Fourier-előállítását megadni, érdemes impulzusreprezentációban dolgozni!)

5. feladat Számoljuk ki a harmonikus oszcillátor  $\langle n | [(a^+)^3, a] | m \rangle$  mátrixelemeit, majd ábrázoljuk a "végtelen mátrixot"!

+1. bónusz  $[(a^+)^n, a] = ?$

$$\begin{aligned} \hat{x} &= \sigma(a^+ a) \\ \hat{p} &= \frac{i\hbar}{2\sigma}(a^+ - a) \\ \sigma &= \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}} \end{aligned}$$

$$V_{\text{pot.göd.}}(x) = \begin{cases} V_0, & \text{ha } 0 < x < a \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases},$$

$$T_{\text{pot.göd.}} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} e^{-ika} & 0 \\ 0 & e^{ika} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(k'a) + \frac{i}{2} \left( \frac{k'}{k} + \frac{k}{k'} \right) \sin(k'a) & \frac{i}{2} \sin(k'a) \left( \frac{k'}{k} - \frac{k}{k'} \right) \\ \frac{i}{2} \sin(k'a) \left( \frac{k'}{k} - \frac{k}{k'} \right) & \cos(k'a) - \frac{i}{2} \left( \frac{k'}{k} + \frac{k}{k'} \right) \sin(k'a) \end{bmatrix}$$

$$V_{D-\delta} = -v_0\delta(x)$$

$$T_{D-\delta} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{mv_0i}{\hbar^2k} & +\frac{mv_0i}{\hbar^2k} \\ -\frac{mv_0i}{\hbar^2k} & 1 - \frac{mv_0i}{\hbar^2k} \end{bmatrix}$$