

# Kvantummechanika

## 2. zárthelyi dolgozat

2015. december 14.

### 1. feladat.

a) Legyenek  $e$  és  $f$  egységvektorok,  $J_e = eJ$  pedig az impulzumomentum  $e$  irányú komponensének definíciója. Határozza meg a  $[J_e, J_f]$  kommutátort!

b) Egy részecske a

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|j, m\rangle + |j, m+1\rangle)$$

állapotban van, ahol  $|j, m\rangle$  az impulzumomentum  $j, m$  kvantumszámokkal rendelkező sajátállapota. Határozza meg az  $\langle J_x \rangle$  és  $\langle J_y^2 \rangle$  várható értékeket!

(10p)

**2. feladat.** Hidrogénatom elektronja  $n = 3$  főkvantumszámmal jellemzett állapotban van. A pálya-impulzumomentum maximális értéke mellett milyen értékeket és milyen valószínűséggel mérhetünk az elektron spinjére, ha tudjuk továbbá, hogy ebben az állapotban a teljes impulzumomentum várható értéke  $\langle J^2 \rangle = 15\hbar^2/4$ , valamint  $\langle J_z \rangle = -3\hbar/2$  a  $z$ -tengelyre eső vetületének nagysága? (10p)

**3. feladat.** Egy  $m$  tömegű részecske kétdimenziós,  $\omega$  frekvenciájú izotrop, harmonikus rezgőmozgást végez. Számítsa ki az energianívók korrekcióit a  $H'(x, y) = \gamma xy$  ( $\gamma$  megfelelő dimenziójú konstans) perturbáció hatására a perturbációs számítás első rendjében! (10p)

Emlékeztető: *relációk*

$$x = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}} (a_x^\dagger + a_x), \quad y = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}} (a_y^\dagger + a_y),$$
$$p_x = i\sqrt{\frac{\hbar m\omega}{2}} (a_x^\dagger - a_x), \quad p_y = i\sqrt{\frac{\hbar m\omega}{2}} (a_y^\dagger - a_y).$$

**4. feladat.** Tekintsünk a következő háromállapotú rendszert:

$$H = \begin{bmatrix} E_1 & K(t) & -K(t) \\ K(t) & E_2 & 0 \\ -K(t) & 0 & E_3 \end{bmatrix},$$

ahol  $K(t) = \epsilon V_0 e^{-|t|/\tau}$ , valamint  $\epsilon \ll 1$ ,  $V_0$ ,  $\tau$  megfelelő dimenziójú, pozitív konstansok. A  $t = -\infty$ -ben a rendszer az  $E_3$  sajátenergiának megfelelő állapotban van. A  $t = \infty$ -ben melyik állapotokban és milyen valószínűséggel találhatjuk a rendszert az időfüggő perturbációs számítás első rendjében számolva? (10p)