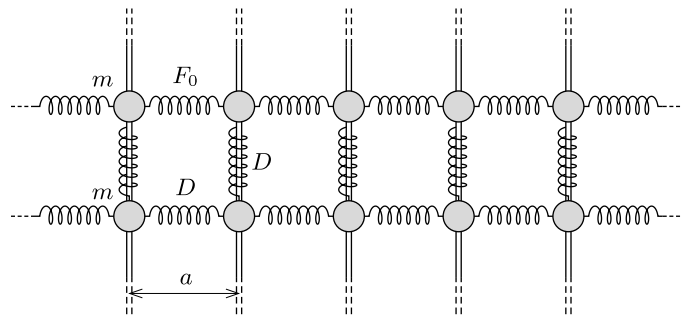


Próba feladatsor (2. kondenzált anyagok fizikája ZH-ra)

1. (30 pont) Vízszintes síkban egyenlő távolságra fekvő, párhuzamos rudakra apró, m tömegű gyöngyöket fűztünk, melyek súrlódásmentesen mozoghatnak a rúd mentén. A gyöngyöket D rugóállandójú rugókkal az ábrán látható módon összeköttöttük. A rudakkal párhuzamos irányú rugók egyensúlyi állapotban feszítetlenek, a merőleges állású rugók viszont F_0 erővel előfeszítettek.



a) Használjuk ezt a rugós rendszert egy szilárdtest rácsrezgéseinek modellezésére! Periodikus határfeltételt használva (N darab rúd esetén) határozzuk meg a modell lehetséges $\omega(\mathbf{q})$ sajátfrekvenciáit a hullámszám(vektor) függvényében.

b) Ábrázoljuk az eredményt grafikonon az első Brillouin-zónán belül! Hány diszperziós relációt kaptunk? Melyik az optikai ág, és melyik az akusztikus ág? Egy kis rajzzal érzékeltesse, hogyan rezegnek a gyöngyöcskék az akusztikai és az optikai módusban.

2. (15 pont) d dimenzióban (kis hullámszámok esetén) egy akusztikus fononág diszperziós relációja

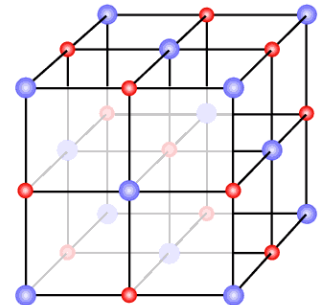
$$\omega(\mathbf{q}) = c|\mathbf{q}|$$

alakú, ahol \mathbf{q} a d -dimenziós hullámszámvektor, ω a körfrekvencia, c pedig állandó. Határozzuk meg ezeknek a fononoknak az állapotosűrűségét $d = 1, 2$ és 3 -dimenzióban! (A szilárdtest minden irányban „köbös rácsba” rendezett N darab atomból áll, rácsállandója a .)

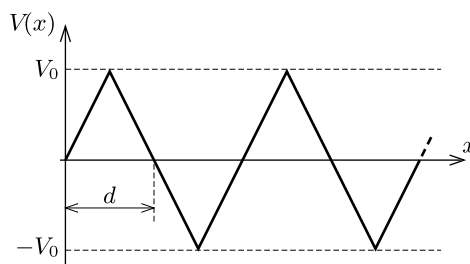
Emlékeztető: A $g(\omega)$ állapotosűrűség megadja, hogy hány rezgési állapot lehetséges az $(\omega, \omega + \Delta\omega)$ (kör)frekvenciaintervallumban:

$$g(\omega)\Delta\omega.$$

3. (10 pont) Az ábrán a kősó (NaCl) kristály egy elemi cellája látható. A kisebb gömbök a klóratomokat, a nagyobbak a nátriumatomokat jelzik. Határozzuk meg az akusztikus és az optikai diszperziós ágak számát. Válaszunkat indokoljuk.



4. (20 pont) Egy szilárdtest egydimenziós modelljében a rácsonok periodikus potenciálját az x koordináta függvényében az ábrán látható háromszög-függvény írja le.



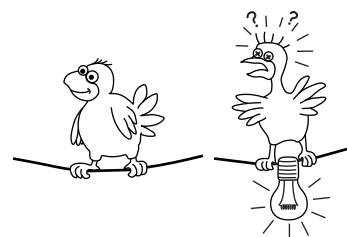
a) Mekkora az a rácscella?

b) Ábrázoljuk vázlatosan a diszperziós relációt a kiterjesztett zónák és a redukált zónák sémájában. Határozzuk meg, melyik k -pontokban oldódik fel a sávok degenerációja, és mekkora a kialakuló tiltott energiasáv (gap) nagysága.

Útmutatás: A feladat megoldásához szükség lesz a háromszög-potenciál Fourier-komponenseire. Ehhez segítségként feltöltöttem a honlapra Gnädig Péter: Vektorszámítás III. című kötetéből az idevágó részt.

5. (25 pont) Egy szilárdtest két-dimenziós modelljében a rácscellák a rácscella méretű négyzetben helyezkednek el. A rács x irányban M , y irányban N atomból áll, tételezzük fel periodikus határfeltételt. Egyetlen atomi nívót (egy sávot) feltételezve határozzuk meg az elektronok $E(k_x, k_y)$ diszperziós relációját a k_x és k_y hullámszámvektor-komponensek függvényében a szoros kötésű közelítésben. A hopping-együtthatók a szomszédos atomok között $-t$, az on-site energia ε_0 .

Megjegyzés. A Hamilton-operátor mátrixának meghatározásához érdemes először az egy oszlopban lévő atomok közötti hoppingot leíró mátrixot felírni (ez olyan lesz, mint az 1D-s láncnál), majd ezekből az $N \times N$ -es mátrixokból (mint blokkokból) felépíteni a teljes, $N \cdot M \times N \cdot M$ -es mátrixot).



Jó munkát, a felkészülésben segítsék egymást. VM.