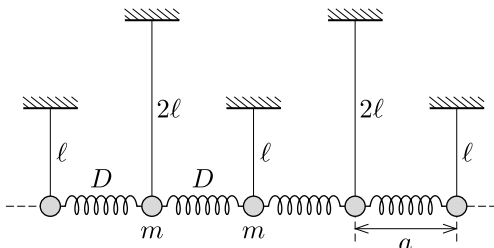


## 2. pótzárthelyi dolgozat

### kondenzált anyagok fizikája gyakorlat

2015. december 21. (hétfő)

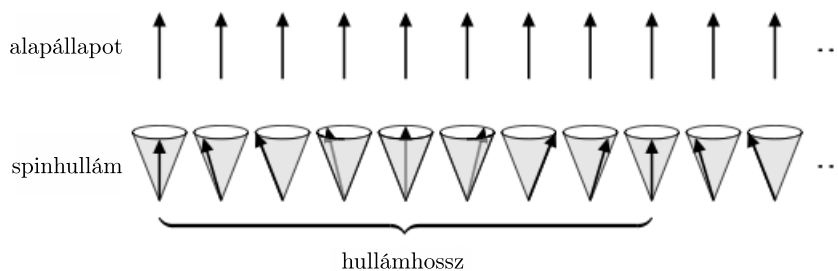
**1. (30 pont)** Egy szilárdtest rezgéseit az *ábrán* látható csatolt ingarendszerrel modellezzük. Az ingatestek tömege  $m$ , az ingák hossza felváltva  $\ell$  és  $2\ell$ , az ingatesteket összekötő (egyensúlyi állapotban feszítetlen) rugók rugóállandója  $D$ .



a) Periodikus határfeltételt használva ( $2N$  darab inga esetén) határozzuk meg a modell lehetséges  $\omega(q)$  sajátfrekvenciáit az (alkalmasan választott)  $q$  hullámszám(vektor) függvényében. Csak a rajz síkjában történő rezgéseket vizsgáljuk!

b) Ábrázoljuk az eredményt grafikonon az első Brillouin-zónán belül! Hány ága van a diszperziós relációnak? Melyik az optikai ág, és melyik az akusztikus ág? Egy kis rajzzal érzékeltesse, hogyan rezegnek az ingatestek az akusztikai és az optikai módusban.

**2. (15 pont)** Ferromágneses kristályokban a (klasszikusnak tekintett) atomi mágneses momentumok a környező atomok által keltett mágneses mezőben precesszálni kezdenek az eredeti egyensúlyi állapotuk körül. Ez a precessziós mozgás hullámszerűen terjedhet a kristályban, azaz a szomszédos atomi mágneses dipólusok azonos (kör)frekvenciával, de fáziskülönbséggel precesszálnak (lásd az *ábrát*). Ezt a hullámmozgást nevezik spinhullámnak.



Megmutatható, hogy ferromágneses spinhullámok  $\omega$  körfrekvenciája és  $\mathbf{q}$  hullámszámvektora közötti összefüggés (a diszperziós reláció):

$$\omega(\mathbf{q}) = \gamma \mathbf{q}^2,$$

ahol  $\gamma$  állandó. Számítsuk ki a spinhullámok állapotsűrűségét *háromdimenziós* mágneses rendszerben, ha tudjuk, hogy a rendszer térfogata  $V$ .

*Útmutatás:* A spinhullámok állapotsűrűségét ugyanúgy határozhatjuk meg, mint a rácsrezgéseket. A  $g(\omega)$  állapotsűrűség megadja, hogy az  $(\omega, \omega + \Delta\omega)$  (kör)frekvenciaintervallumban  $g(\omega)\Delta\omega$  darab rezgési (itt spinhullám-)állapot lehetséges.

**3. (10 pont)** A grafén olyan kétdimenziós anyag, melynek egyetlen kristálysíkjában a szén-atomok szabályos hatszögárcsban (honeycomb lattice) helyezkednek el. Határozzuk meg az akusztikus és az optikai diszperziós ágak számát, ha csak síkbeli rezgéseket engedünk meg. Válaszunkat indokoljuk.

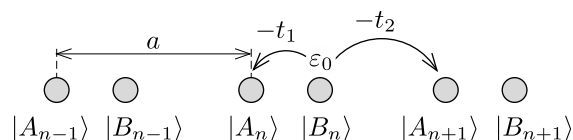
**4. (20 pont)** Egy szilárdtest egydimenziós modelljében a rácsonok periodikus potenciálját az  $x$  koordináta függvényében a következő függvény írja le ( $d$  és  $V_0$  állandók):

$$V(x) = V_0 \sin^3 \left( \frac{2\pi}{d} x \right).$$

a) Mekkora az  $a$  rácsállandó?

b) A közel szabad elektronok közelítését használva ábrázoljuk vázlatosan a diszperziós relációt a kiterjesztett zónák és a redukált zónák sémájában. Határozzuk meg, melyik  $k$ -pontokban oldódik fel a sávok degenerációja, és mekkora a kialakuló tiltott energiasávok (gapek) nagysága.

**5. (25 pont)** Egydimenziós rendszerekben (pl. poliacetilén molekulákban) ún. Peierls-torzulás jöhet létre, melynek eredménye, hogy az eredetileg egyenlő távolságra lévő szomszédos atomok elrendeződése megváltozik: a szomszédos atomok távolsága egy kisebb és egy nagyobb érték között váltakozik (lásd az *ábrát*).

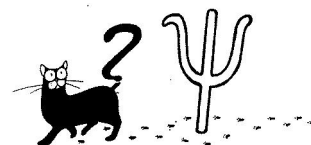


A lánc  $2N$  atomból áll, az  $A$ -val jelölt atomok távolsága (ahogy a  $B$ -vel jelölteké is)  $a$ , tételizzünk fel periodikus határfeltételt. Határozzuk meg az elektronok  $E(k)$  diszperziós relációját a  $k$  hullámszámvektor függvényében a szoros kötésű közelítésben, csak elsőszomszéd-kölcsönhatást véve figyelembe. A hopping-együtthatók a kisebb távolságra lévő szomszédok között  $-t_1$ , a távolabbi szomszédok között  $-t_2$ , az on-site energia minden atomon  $\epsilon_0$  értékű. Ábrázoljuk vázlatosan a diszperziós relációt, legyen mondjuk  $\epsilon_0 = 0$  egység,  $t_1 = 2$  egység,  $t_2 = 1$  egység.

*Útmutatás.* Írjuk fel a Hamilton-operátor mátrixát, ügyelve a hermitikusságra. A sajátvektort keressük a következő alakban:

$$\begin{pmatrix} \vdots \\ Ae^{ikna} \\ Be^{ikna} \\ Ae^{ik(n+1)a} \\ Be^{ik(n+1)a} \\ \vdots \end{pmatrix},$$

ahol  $A$  és  $B$  konstansok. A diszperziós relációnak két ága lesz.



Jó munkát, kellemes ünnepeket! VM.