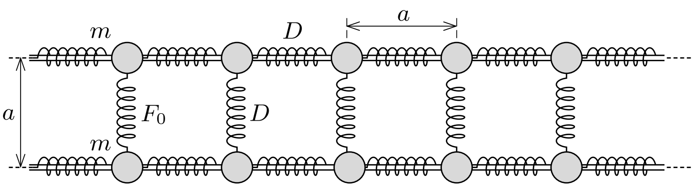
2. zárthelyi dolgozat

kondenzált anyagok fizikája gyakorlat

2015. december 11. (péntek)

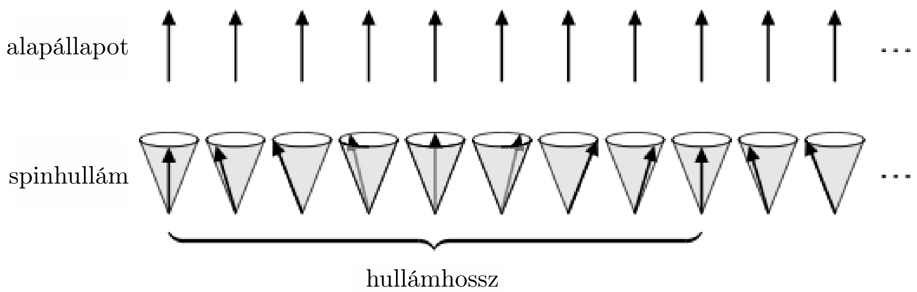
1. (30 pont) Vízszintes síkban a távolságra fekvő, két párhuzamos rúdra apró, m tömegű gyöngyöket fűztünk, melyek súrlódásmentesen mozoghatnak a rudak mentén. A gyöngyöket D rugóállandójú rugókkal az *ábrán* látható módon összekötöttük. A rudakkal párhuzamos irányú rugók egyensúlyi állapotban feszítetlenek, a merőleges állású rugók viszont F_0 erővel előfeszítettek.



a) Használjuk ezt a rugós rendszert egy szilárdtest rácsrezgéseinek modellezésére! Periodikus határfeltételt használva (rudanként N darab gyöngy esetén) határozzuk meg a modell lehetséges $\omega(q)$ sajátfrekvenciáit a q hullámszám(vektor) függvényében.

b) Ábrázoljuk az eredményt grafikonon az első Brillouin-zónán belül! Hány diszperziós relációt kaptunk? Melyik az optikai ág, és melyik az akusztikus ág? Egy kis rajzzal érzékeltesse, hogyan rezegnek a gyöngyöcskék az akusztikai és az optikai módusban.

2. (15 pont) Ferromágneses kristályokban a (klasszikusnak tekintett) atomi mágneses momentumok a környező atomok által keltett mágneses mezőben precesszálni kezdhetnek az eredeti egyensúlyi állapotuk körül. Ez a precessziós mozgás hullámszerűen terjedhet a kristályban, azaz a szomszédos atomi mágneses dipólusok azonos (kör)frekvenciával, de fáziskülönbséggel precesszálnak (lásd az *ábrát*). Ezt a hullámmozgást nevezik spinhullámnak.



Megmutatható, hogy ferromágneses spinhullámok ω körfrekvenciája és $\boldsymbol{q}$ hullámszámvektora közötti összefüggés (a diszperziós reláció):

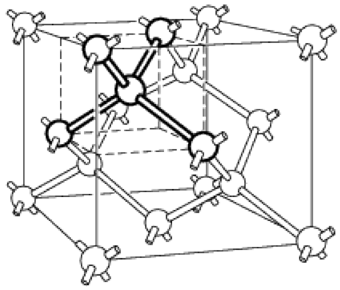
$$\omega(\boldsymbol{q}) = \gamma \boldsymbol{q}^2,$$

ahol γ állandó. Számítsuk ki a spinhullámok állapotsűrűségét *kétdimenziós* mágneses rendszerben, ha tudjuk, hogy a rendszer területe A.

Útmutatás: A spinhullámok állapotsűrűségét ugyanúgy határozhatjuk meg, mint a rácsrezgésekét. A $g(\omega)$ állapotsűrűség megadja, hogy az $(\omega, \omega + \Delta\omega)$ (kör)frekvenciaintervallumban $g(\omega)\Delta\omega$ darab rezgési (itt spinhullám-)állapot lehetséges.

3. (10 pont) Az *ábrán* a gyémánt kristályszerkezete látható. Határozzuk meg az akusztikus és az optikai diszperziós ágak számát. Válaszunkat indokoljuk.

(A „gyémántszerkezet” úgy is megkapható, hogy egy lapcentrált köbös kristályrácsot a testátló mentén az átló negyedrészével eltolva megismétlünk.)



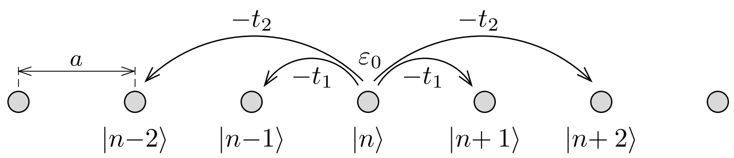
4. (20 pont) Egy szilárdtest egydimenziós modelljében a rácsionok periodikus potenciálját az x koordináta függvényében a következő függvény írja le (d és V_0 állandók):

$$V(x) = V_0 \left[1 - 2\sin^2\left(\frac{2\pi}{d}x\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{d}x\right) \right].$$

a) Mekkora az a rácsállandó?

b) A közel szabad elektronok közelítését használva ábrázoljuk vázlatosan a diszperziós relációt a kiterjesztett zónák és a redukált zónák sémájában. Határozzuk meg, melyik k-pontokban oldódik fel a sávok degenerációja, és mekkora a kialakuló tiltott energiasávok (gapek) nagysága.

5. (25 pont) Egy szilárdtest egydimenziós modelljében az atomok a rácsállandójú lineáris láncon helyezkednek el. A rács N atomból áll, tételezzünk fel periodikus határfeltételt. Egyetlen atomi nívót (egy sávot) feltételezve határozzuk meg az elektronok $E(k)$ diszperziós relációját a k hullámszámvektor függvényében a szoros kötésű közelítésben, másodszomszéd-kölcsönhatást is figyelembe véve. A hopping-együtthatók a közvetlen szomszédok között $-t_1$, a másodszomszédok között $-t_2$, az on-site energia ε_0. Ábrázoljuk vázlatosan a sáv diszperziós relációját, legyen mondjuk $\varepsilon_0 = 0$ egység, $t_1 = 2$ egység, $t_2 = 1$ egység.



Útmutatás. A Hamilton-operátor mátrixa (amely lényegében egy súlyozott szomszédsági mátrix) most nem tridiagonális alakú, hanem a főátlón kívül még 2-2 átlóban, tehát összesen 5 átlónyi széles sávban lesznek elemek.

Jó munkát, kellemes ünnepeket! VM.