

III. Fizika BSC Kondenzált anyag fizika

2011. ZH-k.

Zárthelyi dolgozat I. /A.

2011.

I.) A szilárdanyag állapotegyenletei (egy mólnyi mennyiségre, $n=1$):

$$E = BT + D/2 (V - V_0)^2; \quad \text{illetve} \quad p = -D (V - V_0) + AT$$

(A, B, D, V_0) anyagi állandók!

a) Határozza meg az adiabatikus kompresszió moduluszt! ($\kappa_S = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_S = ?$) 25 pont

b) Miben különbözik ez az izoterm kompresszió modulusztól? ($\kappa_S - \kappa_T = ?$) 5 pont

Útmutató: $\kappa_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T$; Célszerű először az entrópiára vonatkozó állapotegyenletet, azaz $S(T, V)$ függvényt meghatározni!

2.) Egy FCC molekulakristály párpotenciálja (V) és kohéziós potenciálja (U):

$$V^{L.J.}(r) = -V_0 \left\{ 2 \left(\frac{\sigma}{r} \right)^6 - \left(\frac{\sigma}{r} \right)^{12} \right\}; \quad U^{V.W.}(R) = V_0 \left(A_{12} \left(\frac{\sigma}{R} \right)^{12} - 2A_6 \left(\frac{\sigma}{R} \right)^6 \right)$$

, ahol ismert az A_6^{FCC} ; A_{12}^{FCC} , és adott a V_0 és az $r_0 = \sigma$.

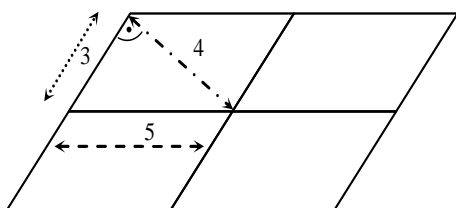
a) Mekkora az egyensúlyi taszító erő a kristályban ($F_t^{W.V}(R_0) = ?$)? 10 pont

b) Hányszorosára nő a taszító erő, ha $R^*/R_0 = 0.95$ atom-távolságúra „présem” a kristályt ($F_{.5\%}/F_t = ?$)? 20 pont

Útmutató: Az R_0 definíciója $\left(\frac{\partial U^{V.W.}(R)}{\partial R} \right)_{R_0} = 0$ ($r_0 \neq R_0$)! Fejezzük ki az R_0 -t σ -val!

3.) Az ezüst (Ag) sűrűsége: **10.5** g/cm³, kristályszerkezete: **FCC**, atomsúlya **108** g. Mekkora az ezüst atom sugara ($r_{Ag} = ?$)? /Emlékeztetőül az Avogadro szám: $6 \cdot 10^{23}$ /mol./ 15 pont

4.) Egy kétdimenziós pontrács primitív cellája az alábbi ábrán látható. (Az első szomszéd 3, a második 4, a harmadik 5 egység távolságra van!)



a) Rajzolja meg a Wigner-Seitz cellát! 15 pont

b) Határozza meg, hogy a Wigner-Seitz cella kerülete (éleinek összege: \vec{E}), mennyivel kisebb, mint az eredeti cella kerülete! ($\vec{E}^{W.S.} / \vec{E}^{pr.} = ?$) 15 pont

Útmutató: Emlékezzenek a 3-4-5 pitagoraszi számhármásra!

Maximális pontszám: **105 pont**

Megjegyzés: Részpontok is szerezhetők (a jó megoldáshoz vezető) részeredményekért.

-Ponthatárok: **2:** 45 pont-; **3:** 60 pont-; **4:** 75 pont-; **5:** 90 pont

Budapest, 2011. Október 19. 9⁵⁰ -10⁵⁰.

dr. Kojnok József

III. Fizika BSC,
Kondenzált anyag fizika
Zárthelyi dolgozat I. /B.
2011.

1.) A szilárdanyag állapotegyenletei (egy mólnyi mennyiségre, $n=1$):

$$E = CT + D/2 (V-V_0)^2; \quad \text{illetve} \quad p = -D (V-V_0) + AT$$

(A, C, D, V_0) anyagi állandók!

a) Határozza meg az adiabatikus kompresszió modulus inverzét! ($\kappa_S^{-1} = -V \left(\frac{\partial p}{\partial V} \right)_S = ?$)

25 pont

b) Miben különbözik ez az izoterm kompresszió modulus inverzétől? ($\kappa_S^{-1} - \kappa_T^{-1} = ?$)

5 pont

Útmutató: $\kappa_T^{-1} = -V \left(\frac{\partial p}{\partial V} \right)_T$; Célszerű először az entrópiára vonatkozó állapotegyenletet, azaz $S(T, V)$ függvényt meghatározni!

2.) Egy FCC molekulakristály párpotenciálja (V) és kohéziós potenciálja (U):

$$V^{L.J.}(r) = -V_0 \left\{ 2 \left(\frac{\sigma}{r} \right)^6 - \left(\frac{\sigma}{r} \right)^{12} \right\}; U^{V.W.}(R) = V_0 \left(A_{12} \left(\frac{\sigma}{R} \right)^{12} - 2A_6 \left(\frac{\sigma}{R} \right)^6 \right)$$

, ahol ismert az A_6^{FCC} ; A_{12}^{FCC} , és adott a V_0 és az $r_0 = \sigma$.

a) Mekkora az egyensúlyi taszító erő a kristályban ($F_t^{W.V}(R_0) = ?$)?

10 pont

b) Mennyire csökken a taszító erő, ha $R^*/R_0 = 1.05$ atom-távolságra „tágítom” a kristályt ($F_{+5\%}/F_t = ?$)?

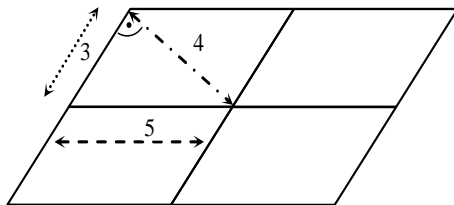
20 pont

Útmutató: Az R_0 definíciója $\left(\frac{\partial U^{V.W.}(R)}{\partial R} \right)_{R_0} = 0$ ($r_0 \neq R_0$)! Fejezzük ki az R_0 -t σ -val!

3.) Az ezüst (Ag) sűrűsége: **10.5 g/cm³**, kristályszerkezete: **FCC**, atomsúlya **108 g**. Mekkora az ezüst atom sugara ($r_{Ag} = ?$)? /Emlékeztetőül az Avogadro szám: $6 \cdot 10^{23}$ /mol./

15 pont

4.) Egy kétdimenziós pontrács primitív cellája az alábbi ábrán látható. (Az első szomszéd 3, a második 4, a harmadik 5 egység távolságra van!)



a) Rajzolja meg a Wigner-Seitz cellát! **15 pont**

b) Határozza meg, hogy a Wigner-Seitz cella kerülete (éleinek összege: \dot{E}), mennyivel kisebb, mint az eredeti cella kerülete! ($\dot{E}^{W.S.} / \dot{E}^{pr.} = ?$) **15 pont**

Útmutató: Emlékezzenek a 3-4-5 pitagoraszi számhármásra!

Maximális pontszám: **105 pont**

Megjegyzés: Részpontok is szerezhetők (a jó megoldáshoz vezető) részeredményekért.

-Ponthatárok: **2:** 45 pont-; **3:** 60 pont-; **4:** 75 pont-; **5:** 90 pont

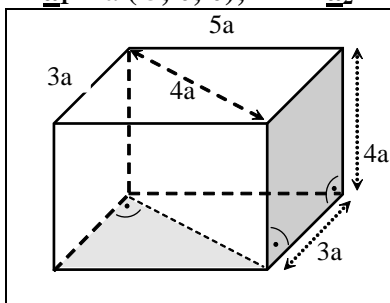
Budapest, 2011. Október 19. 9⁵⁰ -10⁵⁰.

dr. Kojnok József

III.Fizika BSC,
Kondenzált anyag fizika
Zárthelyi dolgozat II. /A.
2011.

1.) Egy pontrács primitív cellája az alábbi ábrán látható:

$$\mathbf{a}_1 = a (5, 0, 0); \quad \mathbf{a}_2 = a (1.8, 2.4, 0); \quad \mathbf{a}_3 = a (0, 0, 4); \quad (a = 0.1 \text{ nm})$$



a) Mekkora a Wigner-Seitz cella felszíne? ($F_{W,S}=?$)

5 pont

b) Határozza meg a reciprok rácsvektorokat és a Brillouin zóna felszínét és térfogatát! ($\mathbf{b}_i=?$; $F_{B.z.}=?$; $V_{B.z.}=?$) 25 pont

Útmutató: Emlékezzenek a 3-4-5 pitagoraszi számhármásra!

2.) Egy atomlanc párpotenciálja ($V(r)$) Morse potenciál:

$$V(r)^{Morse} = V_0 \left(\exp \left(2\alpha \left(1 - \frac{r}{\sigma} \right) \right) - 2 \exp \left(\alpha \left(1 - \frac{r}{\sigma} \right) \right) \right),$$

a) E potenciál paramétereinek (V_0 , α és σ), illetve az atom tömegének $/m_a/$ az ismeretében határozza meg a v hangsebességet az egydimenziós L hosszúságú atomlanc $/a$ Brillouin zóna centrumában: $q \approx 0$ -nál)./!

15 pont

b) Mekkora lesz a hangsebesség a Brillouin zóna kétharmadánál ($q=K/3$ -nél; $v_{K/3}=?$)?

5 pont

c) Mekkora itt a körfrekvencia ($\omega_{K/3}=?$)? Adja meg ezen frekvenciához tartozó

$D(\omega_{K/3})$ állapotsűrűséget!

10 pont

3.) Egy fermion-szerű részecske **diszperziós relációja** a definíció szerint:

$$E(k) = \alpha k^{7/4}$$

a) Ábrázolja a **háromdimenziós** részecske állapotsűrűségét és adja meg az energiafüggését?

$$(D_{3D}(E) \sim E^\phi; \phi_{3D}=?)$$

15 pont

b) E részecske Fermi energiájának hányad része az **átlagenergia**?

$$(E_{\text{átl.}} = \gamma E_F; \gamma_{3D}=?)$$
 (def.: $E_{\text{átl.}} = E_{\text{össz.}}/N$)

10 pont

4.) A vas (**Fe**) sűrűsége: **7.8 g/cm³**, kristályszerkezete: **FCC**, atomsúlya **56 g**.

a) Mekkora az oktaédres üregbe tehető ötvöző atom maximális mérete, hogy még ne feszítse a rácsot: ($r_{\text{oct.}}^{\text{max}}=?$)?

10 pont

b) Mekkora a sűrűség növekedés, ha az üregek **negyedét** e maximális méretnél kisebb méretű

bórral (**B**, atomsúlya **11g**) töltjük ki? ($\rho^{Fe + 1/4B} / \rho^{Fe}=?$)

10 pont

/Emlékeztetőül az Avogadro szám: 6×10^{23} /mol./

Maximális pontszám: **105 pont**

Megjegyzés: Részpontok is szerezhetők (a jó megoldáshoz vezető) részeredményekért.

-Ponthatárok: **2:** 45 pont-; **3:** 60 pont-; **4:** 75 pont-; **5:** 90 pont

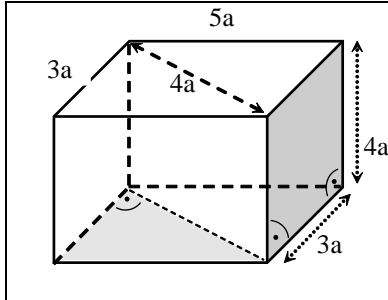
Budapest, 2011. December 7. 9⁵⁰ -10⁵⁰.

dr. Kojnok József

III.Fizika BSC,
Kondenzált anyag fizika
Zárthelyi dolgozat II. /B.
2011.

2.) Egy pontrács primitív cellája az alábbi ábrán látható:

$\mathbf{a}_1 = a (5, 0, 0); \quad \mathbf{a}_2 = a (1.8, 2.4, 0); \quad \mathbf{a}_3 = a (0, 0, 4); \quad (a = 0.1 \text{ nm})$



b) Mekkora a Wigner-Seitz cella felszíne? ($F_{W,S}=?$)

5 pont

b) Határozza meg a reciprok rácsvektorokat és a Brillouin zóna felszínét és térfogatát! ($\mathbf{b}_i=?; \mathbf{F}_{B.z.}=?; \mathbf{V}_{B.z.}=?$) 25 pont

Útmutató: Emlékezzenek a 3-4-5 pitagoraszai számhármásra!

2.) Egy atomlánc párpotenciálja ($V(r)$) Morse potenciál:

$$V(r)^{Morse} = V_0 \left(\exp \left(2\alpha \left(1 - \frac{r}{\sigma} \right) \right) - 2 \exp \left(\alpha \left(1 - \frac{r}{\sigma} \right) \right) \right)$$

a) E potenciál paramétereinek (V_0 , α és σ), illetve az atom tömegének $/m_a/$ az ismeretében határozza meg a v hangsebességet az egydimenziós L hosszúságú Ar atomlánc $/a$ Brillouin zóna centrumában: ($q \approx 0$ -nál).!

15 pont

b) Mekkora lesz a hangsebesség a Brillouin zóna harmadánál ($q=K/6$ -nél; $v_{K/6}=?$)? 5 pont

c) Mekkora itt a körfrekvencia ($\omega_{K/6}=?$)? Adja meg ezen frekvenciához tartozó

$\mathbf{D}(\omega_{K/6})$ állapotűrűsége!

10 pont

3.) Egy fermion-szerű részecske **diszperziós relációja** a definíció szerint:

$$E(k) = \alpha k^{7/4}$$

b) Ábrázolja a **kétdimenziós** részecske állapotűrűségét és adja meg az energiafüggését?

$(D_{2D}(E) \sim E^\phi; \phi_{2D}=?)$

15 pont

b) E részecske Fermi energiájának hányad része az **átlagenergia**?

$(\mathbf{E}_{\text{átl.}} = \gamma \mathbf{E}_F; \gamma_{2D}=?)$ (def.: $\mathbf{E}_{\text{átl.}} = E_{\text{össz.}}/N$)

10 pont

5.) A vas (**Fe**) sűrűsége: 7.8 g/cm^3 , kristályszerkezete: **FCC**, atomsúlya **56 g**.

a) Mekkora az oktaéderes üregbe tehető ötvöző atom maximális mérete, hogy még ne feszítse a rácsot: ($r_{\text{oct.}}^{\text{max}}=?$)? 10 pont

b) Mekkora a sűrűség növekedés, ha az üregek felét e maximális méretnél kisebb méretű bórral

(**B**, atomsúlya **11g**) töltjük ki? ($\rho^{Fe + 1/2B} / \rho^{Fe}=?$)

10 pont

/Emlékeztetőül az Avogadro szám: $6 \times 10^{23} / \text{mol.}$

Maximális pontszám: **105 pont**

Megjegyzés: Részpontok is szerezhetők (a jó megoldáshoz vezető) részeredményekért.

-Ponthatárok: **2:** 45 pont-; **3:** 60 pont-; **4:** 75 pont-; **5:** 90 pont

Budapest, 2011. December 7. $9^{50} - 10^{50}$.

dr. Kojnok József

III. Fizika BSC,
Kondenzált anyag fizika
JAVÍTÓ Zárthelyi dolgozat III.
2011.

1.) T_I hőmérsékletű jég térfogata és hőtágulási együtthatója enyhén függ a nyomástól (sorfejtve):

$$V = a_1 - a_2 p + a_3 p^2 \text{ és } \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = a_4 + a_5 p, \text{ ahol } a_i \text{-k mérésrel meghatározott pozitív}$$

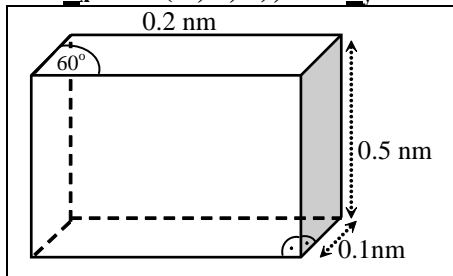
állandók. A szilárdtestet, mely kezdetben p_1, T_I intenzív állapotahatározókkal rendelkezik, **izoterm** módon összenyomjuk, p_1 -ről $\rightarrow p_2$ -re növelve nyomását.

a) Határozza meg a belsőenergia növekedését ebben az **izoterm** folyamatban ($\Delta E = ?$)! **20 pont**

b) Mekkora az entrópia növekedés ugyanekkor? ($\Delta S = ?$), *Útmutató:* $\left(\frac{\partial S}{\partial p} \right)_T = - \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$ **10 pont**

2.) Egy pontrács primitív cellája az alábbi ábrán látható:

$$\mathbf{a}_x = 2a (1, 0, 0); \quad \mathbf{a}_y = \frac{1}{2}a (1, \sqrt{3}, 0); \quad \mathbf{a}_z = 5a (0, 0, 1); \quad (a = 0.1 \text{ nm})$$



a) Mekkora a Wigner-Seitz cella felszíne? ($F_{w.s.} = ?$)

10 pont

b) Határozza meg a reciprok rácsvektorokat és a Brillouin zóna felszínét és térfogatát! ($\mathbf{b}_i = ?; F_{B.z.} = ?$)

20 pont

3.) Egy molekula kristály párpotenciálja: $V(r)^{Morse} = V_0 \left(\exp \left(2\alpha \left(1 - \frac{r}{\sigma} \right) \right) - 2 \exp \left(\alpha \left(1 - \frac{r}{\sigma} \right) \right) \right)$

, ahol $V_0 = 1.0 \text{ eV}$ és $r_0 = (\sigma =) 0.4 \text{ nm}$, $\alpha = 2$.

a) Mekkora ilyenkor a **taszító erő** /Newtonban/ ($F_t = ?$)?

5 pont

b) Hányadrésére nő ez a taszító erő, ha $r^* = 0.38 \text{ nm}$ atom-távolságúra „préselem” a kristályt ($F_{5\%}^{Morse} = ?$)? ($1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$)

10 pont

4.) A kétatomos lineáris lánc diszperziós relációja:

(A + pozitív az optikai, a - negatív az akusztikus ág relációja.)

$$\omega_{\pm}(q) = \sqrt{D} \sqrt{\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right) \pm \sqrt{\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right)^2 - \frac{4 \sin^2 qa}{mM}}}$$

, ahol D a rúgóállandó, az m és M a két eltérő tömeg, az a pedig az atomtávolság!

a) Mekkora a \mathbf{v}_h hangsebesség a Brillouin zóna centrumában: ($q \approx 0$ -nál).!

15 pont

b) Tudjuk, hogy az ω^2 -k összege a Brillouin zónahatáron ugyanannyi, mint a centrumban. (Tetszőleges q -ra is van megmaradás!):

$$\omega_+^2(K/2) + \omega_-^2(K/2) = \omega_+^2(0) + \omega_-^2(0) = \omega_+^2(q) + \omega_-^2(q)!$$

Mekkora az ω^2 -k aránya a Brillouin zóna határán és mekkora a tiltott sáv?

$$\frac{\omega_+^2(K/2)}{\omega_-^2(K/2)} = ?; \quad \omega_+(K/2) - \omega_-(K/2) = ?$$

15 pont

Maximális pontszám: **105 pont**

Megjegyzés: Részpontok is szerezhetők (a jó megoldáshoz vezető) részeredményekért.

-Ponttárolók: **2:** 45 pont-; **3:** 60 pont-; **4:** 75 pont-; **5:** 90 pont

Budapest, 2011. December 20. 10⁰⁰ -11⁰⁰.

dr. Kojnok József