

Kalkulus gyakorlat

Fizika BSc II, Minta 2. ZH

Minden lapon legyen rajta a **szerző** neve! Valamennyi feladatnál *indoklás szükséges*, az eredmény vagy a válasz pusztán közléséért nem jár pont. Indoklásként csak az ebből a tárgyból előadáson, illetve gyakorlaton elhangzottakra lehet hivatkozni. A ZH-n egysoros kijelzőjű (grafikus megjelenítésre nem alkalmas) számológép használható.

1. Beugró: 4 hibátlan részfeladat szükséges! (3+3+3+3+3 pont)

- Parciálisan deriváljuk a következő függvényeket!

$$(a) \quad f(x, y) = x^2 e^{x+2y}, \quad \partial_2 f(x, y) = ?,$$

$$(b) \quad f(x, y) = \sqrt{4x^3 y^5}, \quad \partial_1 f(x, y) = ?,$$

$$(c) \quad f(x, y) = \frac{xy}{\sin(x+y)}, \quad \partial_2 f(x, y) = ?.$$

- Végezzük el az integrálásokat!

$$(a) \quad \int_D f = ? \quad \text{ahol } f(x, y) = \frac{3x^4}{y^2}, \quad D = [1, 2] \times [1, x],$$

$$(b) \quad \int_D f = ? \quad \text{ahol } f(x, y) = \frac{1}{(x+4y+1)^2}, \quad D = [0, 2] \times [1, 3].$$

2. Határozzuk meg az

$$f(x, y) = 2x^2 + xy + 4y^2 - 2x + 46y - 1$$

függvény szélsőértékeit!

3. Legyen $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = (x - ye^{-x} + 2, e^{-x} + y + 4)$.

(a) Számoljuk ki f egy primitív függvényét!

(b) Legyen $\varphi : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}^2$, $\varphi(t) = (t^2, t)$. Számítsuk ki az f függvény vonalintegrálját a φ görbe mentén a primitív függvény felhasználásával!

4. Számítsuk ki az $\int_{\varphi} f$ vonalintegrált, ha $\varphi : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$, $\varphi(t) = (2t, t-1)$, és $f(x, y) = (3, \frac{1}{x-y})$.

5. Számítsuk ki az alábbi többdimenziós integrált, ahol $D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, y \leq 0\}$.

$$\int_D y \, dx \, dy$$