

# KALKULUS II.

## 2. PRÓBA ZH

Minden lapon legyen rajta a **szerző** neve! Valamennyi feladatnál *indoklás szükséges*, az eredmény vagy a válasz pusztá közléséért nem jár pont. A ZH-n egysoros kijelzőjű (grafikus megjelenítésre nem alkalmas) számológép használható.

---

1. Legyen  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x, y, z) = \sin(x^2 y) \cdot \frac{1}{z^2} \cdot e^{7y}$ . Számítsd ki a  $\partial_x \partial_y \partial_z f(x, y, z)$  parciális deriváltat! (5 pont)
2. Legyen  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x, y) = \ln(xy) \cdot \frac{1}{x^2}$ .
  - (a) Számítsd ki  $f'(1, 1)$ -t, azaz  $f$  Jacobi-mátrixát az (1,1) pontban! (3 pont)
  - (b) Számítsd ki  $f''(-1, -1)$ -t, azaz  $f$  Hesse-mátrixát a (-1,-1) pontban! (5 pont)
3. Határozd meg az  $f(x, y) = (x^2 - 6x)(y^2 - 4y)$  függvény lokális szélsőértékeit! (10 pont)
4. Számítsd ki a  $\varphi : [0, t_0] \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $\varphi(t) = (a(t \sin t + \cos t), a(\sin t - t \cos t))$  ( $a > 0$ ) görbe ívhosszát! (4 pont)
5. Legyen  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $f(x, y) = (-2x^2 + 2xe^y, x^2 e^y + y^3)$ , és legyen  $\varphi : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $\varphi = (8t^2, 15t^2)$ .
  - (a) Számítsd ki  $f$  egy primitív függvényét! (5 pont)
  - (b) Számítsd ki  $f$  vonalintegrálját a  $\varphi$  görbe mentén! (5 pont)
6. Jelölje  $N$  az  $N = \{(x, y \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, x + 1 \leq y \leq 4 - 2x)\}$  halmazt. Számítsd ki az  $\int_N y - x$  integrált! (6 pont)
7. Számítsd ki az  $\int_D 5xy^2$  integrált, ahol  $D$  az egység sugarú körlap! (7 pont)