

KALKULUS II.

1. PRÓBA ZH

Minden lapon legyen rajta a **szerző** neve! Valamennyi feladatnál *indoklás szükséges*, az eredmény vagy a válasz puszta közléséért nem jár pont. A ZH-n egysoros kijelzőjű (grafikus megjelenítésre nem alkalmas) számológép használható.

1. Számold ki az alábbi integrálokat!

(a) $\int \sqrt{4 - 16x^2} \, dx$ (5 pont)

(b) $\int_0^\infty \frac{2x - 2}{x^2 - 2x + 7} \, dx$ (3 pont)

(c) $\int 2(x + 1) \cos(2x) \, dx$ (4 pont)

2. Ábrázold a függvényeket és számítsd ki az alábbi síkidom területét:
 $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -\frac{x}{4} + 1 \leq y \leq -x^2 + 2x + 8\}$ (8 pont)

3. Konvergens-e a $\sum_{n=1}^\infty \frac{(n+1)^2 \cdot n!}{n^n}$ sor? (6 pont)

4. Mi a $\sum_{n=1}^\infty \frac{2}{(4n+3)(4n-1)}$ végtelen sor összege? (6 pont)

5. Legyen $f(x) = x^4 \sin x$!

(a) Írd fel az $f(x)$ függvény $x_0 = 0$ középső Taylor-sorát! (4 pont)

(b) Add meg a konvergenciahalmazt! (4 pont)

6. Legyen $f(x) = x^2$, ha $x \in [-\pi, \pi)$ és $\forall k \in \mathbb{Z}$ -re $f(x + 2k\pi) := f(x)$.
Add meg a függvény Fourier-sorát! (10 pont)