

Minden lapon legyen rajta a **szerző** neve, továbbá a dolgozat első lapján a **gyakorlatvezető** neve is! A ZH-n egysoros kijelzőjű számológép használható. Valamennyi feladatnál *indoklás szükséges*, az eredmény vagy a válasz puszta közléséért nem jár pont.

1. Számítsd ki az $\int_0^{+\infty} \frac{1}{7+7x^2} dx$ improprius integrált! (6 pont)
2. (a) Mennyi az $f(x) = x^4 \sin x$ függvény 0 középső Taylor-sorának konvergenciasugara? (4 pont)
 (b) Írd fel a Taylor-sor első három tagját! (3 pont)
 (c) Számítsd ki a $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} 4^{2n+3}$ sorösszeget! (4 pont)
3. Legyen $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) := \ln(xy) \frac{1}{x^2}$.
 (a) Számítsd ki $f'(1, 1)$ -t, azaz f Jacobi-mátrixát az $(1, 1)$ pontban! (3 pont)
 (b) Számítsd ki $f''(-1, -1)$ -t, azaz f Hesse-mátrixát a $(-1, -1)$ pontban! (5 pont)
4. Legyen $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x, y) := (-2x^2 + 2xe^y, x^2e^y + y^3)$,
 és legyen $\varphi : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$, $\varphi(t) := (8t^2, 15t^2)$.
 (a) Mennyi a φ görbe ívhossza? (3 pont)
 (b) Számítsd ki f egy primitív függvényét! (5 pont)
 (c) Mennyi az f függvény vonalintegrálja a φ görbén? (5 pont)
5. Számítsd ki az $\int_D 5xy^2$ integrált, ahol D az egység sugarú körlap! (6 pont)
6. Keressük meg az $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) := 9x^2 + 3xy + 10y^3$ függvény lokális szélsőérték helyeit, illetve határozzuk meg azok típusát! (6 pont)