

Kalkulus gyakorlat
Fizika BSc I/2 (emelt szint), 2. próba zh feladatsor

1. Legyen $f: \mathbb{R}^n \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |x|^{2-n}$ ($n \geq 2$). Mutassuk meg, hogy $\sum_{j=1}^n \partial_j^2 f = 0$. (5 pont)
2. Keressük meg az $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = x^4 + y^4 - xy$ függvény szélsőértékeit a $K = [-4, 4] \times [-4, 4]$ halmazon! (5 pont)
3. Legyen $\gamma: [-1, 1]$, $\gamma(t) = (t^2, t^3)$.
 - a) Rajzoljuk fel (vázlatosan) a görbét és számítsuk ki az ívhosszát!
 - b) Számítsuk ki az $\int_{\gamma} f$ vonalintegrált kétféleképpen (definíció szerint és primitív függvény segítségével), ha $f(x, y) = (2x + y, 4y + x)$. (2+3+3 pont)
4. Legyen H a $(0, 0)$, $(1, 1)$, $(1, -1)$ csúcspontok által meghatározott háromszöglap a síkon. Számítsuk ki az $\int_H f$ integrált, ha $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ a következő alakú:
 - a) $f(x, y) = y$
 - b) $f(x, y) = x + y$. (3+3 pont)
5. Legyen $H := \{0 \leq x^2 + y^2 \leq 2, y \geq 0\}$. Számítsuk ki az $\int_H f$ integrált, ha $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ a következő alakú:
 - a) $f(x, y) = x^6 y$
 - b) $f(x, y) = \sin x$. (3+3 pont)