

Kalkulus gyakorlat
Fizika BSc I/2 (emelt szint), Próba zh

1. Számítsuk ki az $\int_3^{\infty} \frac{dy}{y^2 - y - 2}$ improprius integrált!

2. Írjuk fel az $f(x) = \log(x + 2)$ függvény Taylor-sorát az $x_0 = 2$ pont körül! Mennyi az alábbi sor összege?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{4^n n}$$

3. Legyen $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x^5}{x^3}, & \text{ha } x \neq 0 \\ 0, & \text{ha } x = 0 \end{cases}$. Számítsuk ki az $f^{(100)}(0)$ és $f^{(102)}(0)$ deriváltakat!

4. Keressük meg az $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = x^3 + y^3 - \frac{3}{2}(x^2 + y^2)$ függvény lokális minimum-, maximumhelyeit!

5. Legyen $r: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ folytonosan differenciálható függvény. Igazoljuk, hogy a $\gamma: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^2$, $\gamma(t) = (r(t) \cos t, r(t) \sin t)$ paraméterezéssel adott görbe ívhossza

$$l(\gamma) = \int_a^b \sqrt{\dot{r}^2(t) + r^2(t)} dt.$$

6. Legyen $\gamma: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$, $\gamma(t) = (t^2, t^3 - t)$. Számítsuk ki az $\int_{\Gamma} f$ vonalintegrált, ha f a következő alakú.

a) $f(x, y) = (3x^2 \cos y + \log x, -x^3 \sin y + 1)$

b) $f(x, y) = (y, 0)$