

Kalkulus II. Vizsga 2014. május 28.

1. Definiálja nem-korlátos függvény korlátos intervallumon vett improprius integrálját.
2. Definiálja egy függvénysor konvergencia halmazát és összegfüggvényét. Konvergens-e a

$$\sum \frac{(2n+3)3^{n-1}}{5^n}$$

sor?

3. Definiálja egy függvény Taylor-sorának fogalmát. Vezesse le az

$$f(x) = \frac{x}{1-x}$$

függvény 0 körüli Taylor-sorának képletét.

4. Határozza meg az $f(x) = 2 - x$ függvény $(-\pi, \pi)$ intervallumra vonatkozó Fourier-sorát.
5. Definiálja a többváltozós függvény deriváltmátrixát. Határozza meg az $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$ függvény második deriváltját (Hesse mátrixát).
6. Fogalmazza meg egy többváltozós függvény lokális minimumának definícióját. Keresse meg az $f(x, y) = 5x^2 + 2y^2 + 2xy + 12x + 6y + 9$ függvény lokális szélsőértékeit.
7. Definiálja egy függvény vonalintegrálját egy görbe mentén. Van-e primitív függvénye az $f(x, y) = (2y, 2x + 3y^2)$ függvénynek, és ha igen, akkor mi az?
8. Vezesse le az integráltranszformáció képletét polár-koordinátákban. Számítsa ki az $f(x, y) = x + 2y$ függvény integrálját az $y = x^2 - 4$ és $y = 4 - x^2$ egyenletű parabolák közötti tartományon.
9. Írja fel a felületi integrál kiszámításának képletét. Számítsa ki az $f(x, y) = x^2 - y^2$ függvény integrálját az origó közepű, egység sugarú kör 0 és 45 fok közé eső nyolcadrészén.

Valamennyi feladatnál *indoklás szükséges*, az eredmény vagy a válasz pusztán közléséért nem jár pont. A vizsgán egysoros kijelzőjű számológép használható.