Kalkulus II. Vizsga 2010. június 23.

1. Definiálja nem-korlátos függvény korlátos intervallumon vett improprius integrálját.
$$\int \frac{5x+1}{x^2+x-2} = ?$$

2. Írja fel a hatványsor összegfüggvénye és együtthatói közötti kapcsolatot. Vezesse le az
$$f(x) = \frac{x}{1-x}$$
függvény 0 körüli Taylor-sorának képletét.

3. Határozza meg az $f(x) = 1-x$ függvény $(-\pi, \pi)$ intervallumra vonatkozó Fourier-sorát.

4. Definiálja a többváltozós függvény deriváltmátrixát. Határozza meg az $f(x, y) = (x + y^2, \exp(x^2y))$ függvény deriváltmátrixát.

5. Fogalmazza meg egy többváltozós függvény lokális minimumának definícióját. Keresse meg az $f(x, y) = 5x^2 + 2y^2 + 2xy + 12x + 6y + 9$ függvény lokális szélsőértékeit.

6. Fogalmazza meg a vonalintegrál kiszámítására vonatkozó tételt. Számítsa ki az $f(x, y) = (2y, 2x+3y^2)$ függvény vonalintegrálját az $r : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^2$, $r(t) = (\cos t, \sin t)$ görbe mentén.

7. Definiálja a normáltartományt és az azon vett integrált. Számítsa ki az $f(x, y) = xy$ függvény integrálját a $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$ csúcsokkal rendelkező háromszögön.

8. Vezesse le az integráltranszformáció képletét henger-koordinátákban. Számítsa ki az $f(x, y) = x^2 - y^2$ függvény integrálját az origó középpű, egység sugarú kör 0 és 45 fok közé eső nyolcadrészén.

9. Számítsa ki az $f(x, y, z) = (x, y, z)$ függvény felületi integrálját az origó középpű, R sugarú gömb felszínén.

Valamennyi feladatnál *indoklás szükséges*, az eredmény vagy a válasz puszta közléséért nem jár pont. A vizsgán egysoros kijelzőjű számológép használható.