Kalkulus II. Vizsga 2010. június 8.

1. Definiálja egy függvénysor konvergencia halmazát és összegfüggvényét. Számítsa ki az
$$\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$$
integrált.

2. Fogalmazza meg a hatványsor konvergenciasugaráról szóló Cauchy-Hadamard tételt. Vezesse le az
$$f(x) = \frac{x^2}{1+x}$$
függvény 0 körüli Taylor-sorának képletét.

3. Határozza meg az $f(x) = 2+x$ függvény $(-\pi, \pi)$ intervallumra vonatkozó Fourier-sorát.

4. Definiálja a többváltozós függvény k-adik parciális deriváltját. Határozza meg az $f(x, y) = x\sqrt{x^2+y^2}$ függvény elsőrendű parciális deriváltjait.

5. Fogalmazza meg a lokális szélsőérték szükséges feltételét többváltozós függvény esetében. Keresse meg az $f(x, y) = 2x + 2y - \ln x^2 - \ln y^2$ függvény lokális szélsőértékeit.

6. Definiálja egy függvény vonalintegrálját egy görbe mentén. Van-e primitív függvénye az $f(x, y) = (2y, 2x + 3y^2)$ függvénynek, és ha igen, akkor mi az?

7. Írja fel a kétváltozós függvény integráljának kiszámítására vonatkozó Fubini tételt. Számítsa ki az $f(x, y) = x + 2y$ függvény integrálját az $y = x^2 - 4$ és $y = 4 - x^2$ egyenletű parabolák közötti tartományon.

8. Írja fel az integráltranszformáció általános képletét. Számítsa ki az $f(x, y) = \sqrt{x^2+y^2+1}$ függvény integrálját az origó közepű, egység sugarú kör pozitív síknegyedbe ($x \geq 0$, $y \geq 0$) cső negyedrészén.

9. Számítsa ki az $f(x, y, z) = x + y + z$ függvény felszíni integrálját az origó közepű, R sugarú gömb felszínén.

Valamennyi feladatnál *indoklás szükséges*, az eredmény vagy a válasz puszta közléséért nem jár pont. A vizsgán egysoros kijelzőjű számológép használható.