

Kalkulus II. Vizsga 2008. június 3.

1. Definiálja nem-korlátos függvény korlátos intervallumon vett improprius integrálját. Számítsa ki az $\int_0^2 1/\sqrt{x} \, dx$ integrált.
2. Írja fel a hatványsor összegfüggvénye és együtthatói közötti kapcsolatot. Vezesse le az $f(x) = x \cos x$ függvény 0 körüli Taylor-sorának képletét.
3. Vezesse le a trigonometrikus sor koszinuszos együtthatóinak képletét. Határozza meg az $f(x) = 2 - x$ függvény $(-\pi, \pi)$ intervallumra vonatkozó Fourier-sorát.
4. Definiálja egy többváltozós függvény deriváltmátrixát. Határozza meg az $f(x, y) = \ln(x^3 + y^3)$ függvény második deriváltját (Hesse mátrixát).
5. Fogalmazza meg a lokális szélsőérték szükséges feltételét többváltozós függvény esetében. Keresse meg az $f(x, y) = x + y - \ln x - \ln y$ függvény lokális szélsőértékeit.
6. Definiálja egy függvény vonalintegrálját egy görbe mentén. Van-e primitív függvénye az $f(x, y) = (2y, 2x + 3y^2)$ függvénynek, és ha igen, akkor mi az?
7. Definiálja a normáltartományt és az azon vett integrált. Számítsa ki az $f(x, y) = x + 2y$ függvény integrálját az $y = x^2 - 4$ és $y = 4 - x^2$ egyenletű parabolák közötti tartományon.
8. Írja fel az integráltranszformáció általános képletét. Számítsa ki az $f(x, y) = x^2 - y^2$ függvény integrálját az origó közepű, egység sugarú kör 0 és 45 fok közé eső nyolcadrészén.
9. Definiálja a felületi integrál fogalmát. Számítsa ki az $f(x, y, z) = x + y + z$ függvény felszíni integrálját az origó közepű, R sugarú gömb felszínén.

Valamennyi feladatnál indoklás szükséges, az eredmény vagy a válasz pusztán közléséért nem jár pont. A vizsgán egysoros kijelölő számológép használható.