

Kalkulus II. Vizsga 2008. május 20.

1. Definiálja egy függvénysor egyenletes konvergenciáját. Számítsa ki az $\int_{-\infty}^0 xe^x dx$ integrált.
2. Definiálja egy függvény Taylor-sorának fogalmát. Vezesse le az $f(x) = x^2/(1+x)$ függvény 0 körüli Taylor-sorának képletét.
3. Vezesse le a trigonometrikus sor szinuszos együtthatóinak képletét. Határozza meg az $f(x) = 2 + x$ függvény $(-\pi, \pi)$ intervallumra vonatkozó Fourier-sorát.
4. Vezesse le egy térgörbe érintő egyenesének egyenletét. Határozza meg az $f(x, y) = x\sqrt{x^2 + y^2}$ függvény elsőrendű parciális deriváltjait.
5. Fogalmazza meg a lokális szélsőérték elégséges feltételét többváltozós függvény esetében. Keresse meg az $f(x, y) = 2x + 2y - \ln x^2 - \ln y^2$ függvény lokális szélsőértékeit.
6. Fogalmazza meg többváltozós függvényre a primitív függvény létezésének elégséges feltételét. Számítsa ki az $f(x, y) = (2y, 2x + 3y^2)$ függvény vonalintegrálját az $r : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$, $r(t) = (\cos t, \sin t)$ görbe mentén.
7. Definiálja egy többváltozós függvény Riemann-integrálját. Számítsa ki az $x^2/a^2 + y^2/b^2 \leq 1$ egyenletű ellipszis területét.
8. Vezesse le az integráltranszformáció képletét polár-koordinátákban. Számítsa ki az $f(x, y) = x^2 - y^2$ függvény integrálját az origó közepű, egység sugarú kör 45 és 90 fok közé eső nyolcadrészén.
9. Fogalmazza meg a Gauss-tételt. A Föld egyenlítő és északi szélesség 45. fok közötti részének területe hányad része a Föld teljes felszínének?

Valamennyi feladatnál *indoklás szükséges*, az eredmény vagy a válasz pusztán közléséért nem jár pont. A vizsgán egysoros kijelzőjű számológép használható.