

KALKULUS I. GYAKORLAT

FIZIKA TANÁRI I. ÉVF., PRÓBA ZH

Minden lapon legyen rajta a **szerző** neve! Valamennyi feladatnál *indoklás szükséges*, az eredmény vagy a válasz pusztá közléséért nem jár pont. A ZH-n egysoros kijelzőjű (grafikus megjelenítésre nem alkalmas) számológép használható.

1. Igaz-e a következő állítás? Fogalmazzuk meg a tagadását (tagadószó használata nélkül). (4 pont)

$$\forall x \in [0, 2]\text{-höz } \exists q \in [0, 4], \text{ hogy } \sqrt{q} = x.$$

2. Legyenek $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a következő függvények: $f(x) = 10^{7x+2}$, $g(x) = \sin x^2$. Határozzuk meg az $f \circ g$ és a $g \circ f$ függvényeket és adjuk meg az értelmezési tartományukat! (3+3 pont)

3. Ábrázoljuk a következő függvényt: $f(x) = x^2 - 12x + 32$. (4+3+3+4 pont)

(a) Legyen $f : [8, +\infty) \rightarrow Y$. Milyen Y esetén lesz az f függvény szürjektív?

(b) $f : [8, +\infty) \rightarrow Y$ esetén injektív-e f ?

(c) Ha bijektív, adjuk meg az inverzét!

- 4./a $(\sqrt{3} - 3i)^{2011} = ?$ ($z = a + ib$ és $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ alakban) (6 pont)

- 4./b Adjuk meg az $x^4 = 1 + i$ egyenlet 4 megoldását a komplex számok körében ($z = a + ib$ és $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ alakban)! (6 pont)

5. Határozzuk meg az alábbi sorozatok határértékét! (4+6 pont)

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n + 5 - \sqrt{4n^2 + 2n}}{3 - 2n}$

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+2} - 5 \cdot 9^n}{7 \cdot 3^{2n} + \left(\frac{5}{9}\right)^{n-1}}$

6. Számítsuk ki az alábbi határértékeket! (5+5 pont)

(a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt{x}}{4 - x}$

(b) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sin \frac{x^2 + 6x + 9}{4x + 12}}{x + 3}$