

Kalkulus gyakorlat
Fizika BSc I/1, 1. ZH A

Minden lapon legyen rajta a **szerző** neve! Valamennyi feladatnál *indoklás szükséges*, az eredmény vagy a válasz pusztán közléséért nem jár pont. Indoklásként csak az ebből a tárgyból előadáson, illetve gyakorlaton elhangzottakra lehet hivatkozni; a differenciálszámítás és alkalmazásai vagy a L'Hospital-szabály nem ilyen! (Ezek majd a következő ZH-ban lesznek.) A ZH-n egysoros kijelzőjű (grafikus megjelenítésre nem alkalmas) számológép használható.

1. Igaz-e a következő állítás? Fogalmazzuk meg a tagadását (tagadószó használata nélkül).

$$\forall c \in \mathbb{R} \exists x \in \mathbb{Q}, \text{ hogy } x^2 - 2x + c = -3.$$

(10 pont)

2. Legyen $f : (-1, +\infty] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{\frac{2}{x+1}}$ és $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \cos \frac{x}{2}$. Mi lesz az $f \circ g$ függvény és mi a $D(f \circ g)$ értelmezési tartomány?

(10 pont)

3. Számítsuk ki a

$$z = \frac{5i + \sqrt{3}}{\sqrt{3} - i}$$

komplex szám tizedik hatványát!

(10 pont)

4. Határozzuk meg az alábbi sorozat határértékét!

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n-1} - 2(n^6)^2}{n^n + 5 \cdot 3^n + 3 \cdot 2^n - 4 \cdot n^3} = ?$$

(7 pont)

5. Számítsuk ki az alábbi határértéket!

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^4 + 3} - 2}{5x^2 + x - 4} = ?$$

(7 pont)