

Kalkulus
Minta zárthelyi
2010.xy.zw.

1. Fogalmazd meg az alábbi állítás tagadását! Melyik az igaz?

Létezik $m \in \mathbb{Z}$, hogy minden $r \in \mathbb{R}$ -ra $r^4 > m$.

2. Igazak-e az alábbi összefüggések?

$$(a) \quad A \cup \overline{B} = \overline{B \setminus A} \quad (b) \quad B \cap \overline{A} = \overline{A \setminus B}$$

3. Írd be a hiányzó függvényeket:

$$(a) \quad f(x) = 6^x \quad g(x) = ? \quad (f \circ g)(x) = 6^{x^2 \sin x} \quad (g \circ f)(x) = ?$$

$$(b) \quad f(x) = \ln(x+1)? \quad g(x) = x^2 - \cos x \quad (f \circ g)(x) = ? \quad (g \circ f)(x) = ?$$

4. Legyen $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3$. Határozd meg az $f(A)$ és az $f^{-1}(A)$ halmazokat:

(a) $A = (-\frac{1}{2}, 0)$

(b) $A = [-2, \frac{\sqrt{3}}{2}]$

(c) $A = (-2, 3]$

5. Oldd meg a $(4 + 2i)z^3 = 1 + 3i^9$ egyenletet a komplex számok halmazán! Add meg a gyökök összegét!

6. Határozd meg az alábbi sorozatok határértékét!

$$(a) \quad \frac{2^{3n+2} + 25^{n+1}}{7 - 5^{2n-3}} \quad (b) \quad \frac{3n! + 3^n + n^n}{2^n - n^2 - 3n^n + 4n!} \quad (c) \quad \sqrt{n^2 + 6n + 1} - \sqrt{n^2 + 3n + 33}$$

7. Határozd meg az alábbi határértékeket!

$$(a) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + x^2 - 6x}{2x^2 + 7x - 22} \quad (b) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + x + x^2}{2 - x^2 + \sqrt{4x^4 + x - 1}} \quad (c) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{6x + 16} - \sqrt{16 - 3x}}{\sin(42x)}$$