

## Kalkulus (Fizika BSc), 2018/2019. 1. félév, 2. ZH

**Tudnivalók.** Minden lapon legyen rajta a **szerző neve** és olvasható **NEPTUN kódja!** Valamennyi feladatnál **indoklás** szükséges, az eredmény vagy a válasz pusztá közléséért nem jár pont. Az előadáson és gyakorlaton bizonyított állítások felhasználhatók bizonyítás nélkül az állítást pontosan idézve. A feladatok nem nehézségi sorrendben következnek. A ZH-n egy- vagy kétsoros numerikus kijelzésű, grafikus megjelenítésre, valamint szöveg tárolására és szimbolikus számításra alkalmatlan számológép használható, egyéb segédeszköz nem használható! Jó munkát!

---

### BEUGRÓ: 4 hibátlan részfeladat szükséges!

Deriváljuk a következő függvényeket!

$$(a) \ln(-\sin(4x) - 7x + 2) \quad (b) \frac{\arctg(x^3)}{\sqrt{-6x+1}}$$

Számítsuk ki a következő parciális deriváltat és az alábbi integrálásokat!

$$(c) \partial_y \left( \sqrt[5]{(2x + 5x^2y^5)^2 - y^3} \right)$$
$$(d) \int \cos(4x - 5) dx \quad (e) \int \frac{2x}{x^2 - 9} dx$$

1. Számítsuk ki a következő határértéket! (6 pont)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1 - \frac{1}{2}x}{x^2}$$

2. Adjuk meg az  $(5+i)z^4 = 2+3i$  egyenlet összes komplex megoldását algebrai és trigonometrikus alakban is! (5 pont)

3. Írjuk fel az  $f(x) = \sqrt{\cos x}$  függvény  $x_0 = 2\pi$  körüli harmadrendű Taylor-polinomját és a hozzá tartozó Lagrange-féle maradéktagot! (5 pont)

4. Számítsuk ki az alábbi határozott integrálokat! (6+6 pont)

$$(a) \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos^3 x dx \quad (b) \int_0^2 \frac{e^{2x}}{e^{2x} + 1} dx$$

5. Határozzuk meg az  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,

$$f(x, y) = \left( 2e^{2x} \sqrt{y+1}, \frac{2(y+1)}{x^3}, xy \ln(xy) \right)$$

függvény Jacobi-mátrixát! (6 pont)

6. Határozzuk meg a  $H = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + x - 2 \leq y \leq 2x + 10\}$  síkidom területét! (6 pont)