

Kalkulus gyakorlat (emelt szint)
Fizika BSc I/1, 2. javító ZH

Minden lapon legyen rajta a szerző neve! Valamennyi feladatnál *indoklás szükséges*, az eredmény vagy a válasz pusztán közléséért nem jár pont. Indoklasként csak az ebből a tárgyból előadáson, illetve gyakorlaton elhangzottakra lehet hivatkozni. A ZH-n csak (lehetőleg fehér) papír és nem piros toll használható. Bármilyen egyéb eszköz használata elégtelen gyakorlati jegyet jelent!

0. Beugró: 4 hibátlan részfeladat szükséges!

- Deriváljuk a következő függvényeket!

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{3}{x^3}} + 10 \lg x, \quad g(x) = e^{x^2 - \sin x}, \quad h(x) = \operatorname{tg} x \operatorname{arctg} x.$$

- Végezzük el az integrálásokat!

$$\int -\frac{3}{\sin^2 x} + \frac{1}{x^2} dx, \quad \int \frac{1}{\sqrt{11-7x}} dx.$$

1. Deriváljuk le az alábbi függvényt:

(5 pont)

$$f(x) = \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\exp(4\sqrt{x} \ln(\operatorname{tg} x + x))} \right)$$

2. Végezzünk teljes függvényvizsgálatot az alábbi függvényen!

(8 pont)

$$f(x) = \ln(x^2 - 1)$$

3. Add meg azt a polinomot, mely segítségével az $f(x) = \sin x$ függvény tetszőleges helyettesítési értéke 2 tizedesjegy pontossággal kiszámolható!

(7 pont)

4. Számítsuk ki az alábbi határértéket!

(5+6 pont)

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x^2}{x^2 \sin x^2} \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$$

5. Számítsuk ki az alábbi integrálokat!

(5+7 pont)

$$(a) \int \sqrt[3]{x^{11} + 4x^8} dx \quad (b) \int \frac{5}{3\sqrt[3]{x^2} + 12\sqrt[3]{x^4}} dx$$

6. Az $f(x) = \sqrt{x}e^x$ függvény grafikonjának $[0; 1]$ közé eső ívét körbeforgatjuk az x tengely körül. Határozzuk meg a keletkezett forgástest térfogatát!

(7 pont)

7*. Te vagy az Első Végtelen Szálloda messze földön híres portása. A szálloda onnan kapta a nevét, hogy végtelen sok egyágys szobája van: 1. szoba, 2. szoba, 3. szoba és így tovább. Többen konkurálni próbálnak, és megnyitják a Második Végtelen Szállodát, a Harmadikat, a Negyediket, míg egy napon minden természetes számhoz tartozik egy ilyen szálloda. Viszont a válság hatására bezárnak, méghozzá mind ugyanazon a napon. A lakóik pedig át akarnak költözni az Első Végtelen Szállodába. Feladatod: lehetőség szerint minden újonnan érkező vendéget elhelyezni. Hogyan helyezel el mindenkit?

(4 pont)

$$\left(\frac{\pi}{2}\right)^4 \approx 6,09, \quad \left(\frac{\pi}{2}\right)^5 \approx 9,56, \quad \left(\frac{\pi}{2}\right)^6 \approx 15,02, \quad \left(\frac{\pi}{2}\right)^7 \approx 23,6, \quad \left(\frac{\pi}{2}\right)^8 \approx 37,06$$

$$4! = 24, 5! = 120, 6! = 720, 7! = 5040, 8! = 40320$$