

**Kalkulus gyakorlat (emelt szint)**  
**Fizika BSc I/1, 2. ZH**

Minden lapon legyen rajta a **szerző** neve! Valamennyi feladatnál *indoklás szükséges*, az eredmény vagy a válasz pusztá közléséért nem jár pont. Indoklasként csak az ebből a tárgyból előadáson, illetve gyakorlaton elhangzottakra lehet hivatkozni. A ZH-n csak (lehetőleg fehér) papír és nem piros toll használható. Bármilyen eszköz használta elégtelen gyakorlati jegyet jelent!

0. Beugró: 4 hibátlan részfeladat szükséges! (30 perc után be kell adni!)

- Deriváljuk a következő függvényeket!

$$f(x) = \frac{2}{\sqrt{x^4}} + 10 \operatorname{tg} x, \quad g(x) = \sqrt{e^x - x^2}, \quad h(x) = \frac{\cos x}{\operatorname{arctg} x}.$$

- Végezzük el az integrálásokat!

$$\int -\cos x + \frac{2}{\sqrt{x^3}} dx, \quad \int \frac{3}{(4+5x)^4} dx.$$

1. Határozzuk meg az alábbi függvény 10 meredekségű érintőjének/érintőinek egyenletét: (6 pont)

$$f(x) = -\frac{1}{x+2} + x$$

2. Végezzünk teljes függvényvizsgálatot az alábbi függvényen! (8 pont)

$$f(x) = 4x^2 + \frac{1}{x}$$

3. Határozzuk meg  $f^{(6)}(0)$  értékét, ha  $f$  az alábbi függvény. (6 pont)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sh} x}{x}, & \text{ha } x \neq 0, \\ 1, & \text{ha } x = 0. \end{cases}$$

4. Számítsuk ki az alábbi határértéket! (5+6 pont)

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \operatorname{tg} 4x - 12 \operatorname{tg} x}{3 \sin 4x - 12 \sin x} \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0^+} (\operatorname{ctg} x)^{\sqrt{x}}$$

5. Számítsuk ki az alábbi integrálokat! (5+7 pont)

$$(a) \int 5^{\operatorname{tg} x} (1 + \operatorname{tg}^2 x) dx \quad (b) \int \sin(\sqrt{4x-4}) dx$$

6. Az  $f(x) = \sqrt[3]{8x+8}$  függvény grafikonjának  $\left[-\frac{7}{8}; 0\right]$  közé eső ívét körbeforgatjuk az  $x$  tengely körül. Határozzuk meg a keletkezett forgástest térfogatát! (7 pont)

7\*. Egy felül nyitott, négyzet alapú doboz készítéséhez  $2m^2$  területű lemezt használhatunk fel. Hogyan válasszuk meg a doboz méreteit, hogy a térfogata a legnagyobb legyen? (4 pont)

---

$$\frac{1}{\sqrt[3]{4}} \approx 0,63 \quad \pi^e \approx 22,46 \quad e^\pi \approx 23,14 \quad e^e \approx 15,15$$