

**Kalkulus gyakorlat**  
**Fizika BSc I/1 (emelt szint), 1. zh feladatsor (B csoport)**

1. Igaz-e a következő állítás? Fogalmazzuk meg a tagadását tagadószó használata nélkül (és a kötőszavak értelmes használatával)!

„Minden  $q \in \mathbb{Q}$  esetén létezik  $r > q$ ,  $r \in \mathbb{R}$  szám úgy, hogy minden  $s \in (q, r)$  esetén  $s^2 - s + q^2 > 0$ .”

2. Legyen  $f: \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) := \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ . Injektív-e az  $f$  függvény? Mi az értékkészlete?

3. Legyen  $f(x) := \sin^2 x$  és  $A := [0, \frac{3}{4}]$ . Adjuk meg az  $f^{-1}(A)$  és  $f^{-1}(f^{-1}(A))$  halmazokat!

4. Adjuk meg a következő komplex szám 2010-edik hatványát (algebrai alakban)!

$$z = \frac{\sqrt{48} - 8i}{10i + \sqrt{12}}$$

5. Határozzuk meg a következő  $H$  halmaz szuprémumát és infimumát!

$$H := \left\{ \sqrt{n^2 + 1} - n : n = 0, 1, 2, \dots \right\}$$

6. Határozzuk meg a következő sorozatok határértékét!

a)  $a_n = \frac{2^{n+3} + n^2}{n^3 - 9^{2n+1} + 3^{4n}}$     b)  $b_n = \sqrt[n]{2^{5n} + 3^{3n} + 6^{2n}}$

7. Számítsuk ki az alábbi függvényhatárértékeket (elemi módon)!

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x^2 + 4} - 3(x + 1)}{x}$     b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^4 x - 1}{x}$