

**Kalkulus gyakorlat**  
**Fizika BSc I/1 (emelt szint), 1. zh feladatsor (A csoport)**

1. Igaz-e a következő állítás? Fogalmazzuk meg a tagadását tagadószó használata nélkül (és a kötőszavak értelmes használatával)!

„Minden  $q \in \mathbb{Q}$  esetén létezik  $r > q$ ,  $r \in \mathbb{R}$  szám úgy, hogy minden  $s \in (q, r)$  esetén  $s^2 - s + q > 0$ .”

2. Legyen  $f: \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) := x + \frac{1}{x+1}$ . Injektív-e az  $f$  függvény? Mi az értékkészlete?

3. Legyen  $f(x) := \cos^2 x$  és  $A := [0, \frac{1}{4}]$ . Adjuk meg az  $f^{-1}(A)$  és  $f^{-1}(f^{-1}(A))$  halmazokat!

4. Adjuk meg a következő komplex szám 2010-edik hatványát (algebrai alakban)!

$$z = \frac{5i + \sqrt{3}}{\sqrt{12} - 4i}$$

5. Határozzuk meg a következő  $H$  halmaz szuprémumát és infimumát!

$$H := \left\{ \left( \frac{2n+1}{n+2} \right)^2 : n = 0, 1, 2, \dots \right\}$$

6. Határozzuk meg a következő sorozatok határértékét!

a)  $a_n = \sqrt{n^2 + 1} + \sqrt{n^2 - 1} - 2n$     b)  $b_n = \sqrt[n]{\frac{2^n + 3^n}{4^n + 5^n}}$

7. Számítsuk ki az alábbi függvényhatárértékeket (elemi módon)!

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^n - 1)(x^m - 1)}{x^{n+m} - 1} \quad (n, m \in \mathbb{N})$     b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{\sin x}$