

Kalkulus gyakorlat
Fizika BSc I/1 (emelt szint), Javító zh feladatsor (Első anyagrész)

1. Igaz-e a következő állítás? Fogalmazzuk meg a tagadását tagadószó használata nélkül (és a kötőszavak értelmes használatával)!

„Minden $\varepsilon > 0$ számhoz van olyan $N \in \mathbb{N}$ szám, hogy minden $n \geq N$ esetén $|\sqrt[n]{n} - 2| < \varepsilon$.”

2. Legyen $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) := 2x + \frac{1}{x^2}$. Injektív-e az f függvény? Mi az értékkészlete?
3. Legyen $f(x) := \arcsin x$ és $A := [0, \frac{\pi}{3}]$. Adjuk meg az $f^{-1}(A)$ és $f(A)$ halmazokat!
4. Adjuk meg a következő két komplex szám 2010-edik hatványának szorzatát (algebrai alakban)!

$$z_1 = \frac{\sqrt{10}i + 3}{1 - i} \qquad z_2 = \frac{1 + i}{\sqrt{20}i + \sqrt{18}}$$

5. Határozzuk meg a következő H halmaz szuprémumát és infimumát!

$$H := \{ \sqrt{n}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) : n = 1, 2, \dots \}$$

6. Határozzuk meg a következő sorozatok határértékét!

a) $a_n = \frac{2^{6n+3} + n^3}{n^3 - 8^{2n+1} + 4^{4n+2}}$ b) $b_n = \sqrt[n]{2^n + 3^n} - \sqrt[n]{5^n + 7^n}$

7. Számítsuk ki az alábbi függvényhatárértékeket (elemi módon)!

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^3 + 4} - 2(x + 1)}{x}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^4 x - \cos^2 x}{x^2}$