

Kalkulus I. Vizsga 2010. január 20.

1. Definiálja a függvény inverzének fogalmát. Milyen függvényeknek van inverze? Legyen $f(x) = (x + 1)^2$, $g(x) = x^3$. Határozza meg az $f \circ g$ függvényt!
2. Mit jelent egy komplex szám trigonometrikus alakja? Hogyan lehet ennek segítségével a komplex szám n -edik hatványát meghatározni? Trigonometrikus alak segítségével határozza meg $(1 - i)^{10}$ értékét.
3. Definiálja a sor konvergenciájának fogalmát. Igaz-e, hogy minden konvergens sorozat monoton?

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^n}{n^{n+1}} = ?$$

4. Definiálja a $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ határérték fogalmát, amennyiben ez $+\infty$. Adja meg az arctg függvény definícióját, és ábrázolja a függvényt. Van-e olyan x szám, melyre $\arctg x = -\pi/4$?
5. Vezesse le a definíció alapján az $f(x) = x^3$ függvény deriváltjának képletét. Számítsa ki az $f(x) = \sqrt{\cos^2 x - \ln(x^2)}$ függvény deriváltját.
6. Milyen kapcsolat van a függvény deriváltja és monotonitása között? Keresse meg az $f(x) = \exp(-x^2)$ függvény szélsőértékeit.
7. Fogalmazza meg a L'Hospital szabályt. Határozza meg az $f(x) = \sqrt{1-x}$ függvény 0 ponthoz tartozó harmadfokú Taylor polinomját.
8. Fogalmazza meg a parciális integrálás szabályát.

$$\int 2x^2 \sqrt{2+x^3} dx = ?$$

9. Írja fel egy f függvény integrálfüggvényét. Bizonyítsa be, hogy ennek deriváltja az eredeti f függvény, amennyiben f folytonos.

$$\int_1^e x \ln x dx = ?$$

Valamennyi feladatnál *indoklás szükséges*, az eredmény vagy a válasz pusztán közléséért nem jár pont. A vizsgán egysoros kijelzőjű számológép használható.