

Kalkulus I. Vizsga 2010. január 6.

1. Definiálja a függvény fogalmát. Legyen $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^3$. Határozza meg az $f \circ g$ függvény inverzét!
2. Mit jelent egy komplex szám trigonometrikus alakja? Hogyan lehet ennek segítségével a komplex szám n -edik hatványát meghatározni? Keresse meg a $z^2 = i$ egyenlet megoldásait.
3. Definiálja a sorozat konvergenciájának fogalmát. Igaz-e, hogy ha egy sorozat korlátos, akkor van határértéke? Konvergens-e az alábbi sor?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-3)2^{n-1}}{5^{n+2}}$$

4. Definiálja a $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ határérték fogalmát, amennyiben ez végtelen. Adja meg az arch függvény definícióját. Van-e olyan x szám, melyre $\text{arch } x = -3$?
5. Írja fel a kompozíció deriválási szabályát. Számítsa ki az $f(x) = \ln(\sin^2 x + \sqrt{x})$ függvény deriváltját.
6. Definiálja a lokális minimum fogalmát. A függvény deriváltjainak segítségével hogyan kereshető meg a lokális minimum? Keresse meg az $f(x) = x^3 - 3x$ függvény lokális szélsőértékeit.
7. Írja fel egy függvény 1 középpű n -ed fokú Taylor polinomjának képletét. Határozza meg az

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-2x}}$$

függvény 0 ponthoz tartozó másodfokú Taylor- polinomját.

8. Fogalmazza meg a primitív függvény definícióját. Hány primitív függvénye lehet egy adott függvénynek?

$$\int \frac{\cos x}{1 + 2 \sin x} dx = ?$$

9. Definiálja egy függvény Riemann-integráljának fogalmát. $\int_0^1 x e^{-x} dx = ?$

Valamennyi feladatnál *indoklás szükséges*, az eredmény vagy a válasz pusztá közléséért nem jár pont. A vizsgán egysoros kijelzőjű számológép használható.