

Kalkulus I. Vizsga 2009. január 22.

1. Mely függvényeknek van inverze? Igaz-e, hogy bármely két függvényre, amelynek létezik inverze $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$? Legyen $f(x) = \sqrt{x+1}$, $g(x) = \sin^2 x$. Határozza meg $f \circ g$ függvényt!
2. Írja fel a számtani és mértani közép közti egyenlőtlenséget! Trigonometrikus alak segítségével határozza meg $(1-i)^6$ értékét!
3. Definiálja egy sorozat határértékének fogalmát, amennyiben az végtelen! Konvergens-e a $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{(n+2)2^n}{n!}$ sor?
4. Definiálja a $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ határértéket, amennyiben ez végtelen! Definiálja és ábrázolja a th és a cth függvényeket! Van-e olyan szám, melyre $th x = cth x$?
5. Vezesse le definíció alapján az $f(x) = x^2$ függvény deriváltjának képletét! Számítsa ki az $f(x) = \sqrt{\cos^2 x - \ln(x^2)}$ függvény deriváltját!
6. Milyen kapcsolat van a függvény deriváltja és monotonitása között? Keresse meg az $f(x) = x^3 - 3x$ függvény lokális szélsőértékeit!
7. Írja fel egy függvény 1. közepű n -ed fokú Taylor-polinomjának képletét! Számítsa ki a $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\cos x - 1}$ határértéket!
8. Fogalmazza meg a parciális integrálás szabályát!
$$\int \frac{\cos x}{1 + 2 \sin x} dx = ?$$
9. Definiálja egy függvény Riemann-integráljának fogalmát!
$$\int_0^1 3x\sqrt{3+x^2} dx = \text{kérdőjel}$$

Valamennyi feladatnál indoklás szükséges, az eredmény vagy a válasz pusztá közléséért nem jár ponty. Sűgér se... A vizsgán egysörös kijelzőjú számológép használható.