Kalkulus **Fizika BSc I/1 (emelt szint)**
Vizsgatematika **2011. december 6.**

Minden az előadáson és a gyakorlaton szerepelt anyagot tudni kell, a gyakorlaton kitűzött feladatokat meg kell tudni oldani. A tételek bizonyítását akkor kérdezem, ha az az előadáson is szerepelt, vagy ha azt házi feladatként feladtam.

A témakörök vázlatosan:

1. Halmazelméleti bevezetés, reláció definíciója. A függvény fogalma, függvények tulajdonságai (injektív, szürjektív, bijektív). Kompozíció, inverz, őskép.
2. Számok bevezetése: természetes számok, egész számok, racionális számok,. Műveletek. Valós számok bevezetése: műveletek, rendezés, felsőhatár axioma, Archimédeszi tulajdonság. Szuprémum és infimum. Számtani és mértani közepek közti egyenlőtlenég. Bernoulli egyenlőtlenség. Teljes indukciós bizonyítások.
3. Komplex számok, műveletek, trigonometrikus alak, n-edik gyök, egységgyökök. Exponenciális alak.
4. Számsorozatok. Korlátosság, monotonitás, határérték, konvergencia. Határérték és rendezés kapcsolata. Határértékek és műveletek kapcsolta. Fontos példák. Az e szám bevezetése. A Bolzano–Weierstraß tétel. Fontos sorozatok közötti nagyságrendi sorrend. Cauchy tulajdonságú sorozatok. Az $\frac{n}{\sqrt[n]{n!}}$ sorozat határértéke, Stirling formula.
5. Számsorok. Konvergencia és divergencia, példák. Pozitív tagú sorokra vonatkozó kritériumok: Összehasonlító, relatív összehasonlító, hányados- és gyökkritérium. Kondenzációs elv pozitív monoton fogyó tagokból álló sorra. Harmonikus sor és egyéb fontos példák. Abszolút konvergencia. Leibniz típusú sorok.
6. Folytonosság, alapvető tulajdonságok, műveletek. Izolált pont, torlódási pont. Átviteli elv. Bolzano tétel folytonos függvény zérushelyeiről, Weierstraß tétel folytonos függvények infimumáról és szuprémumáról. Injektív folytonos függvények inverze.
7. Függvények határértéke végtelenben és véges torlódási pontban. Féloldali határérétkek. Határérték és folytonosság kapcsolata. Átviteli elv. Határértékek kiszámítása.
8. Elemi függvények és tulajdonságaik. Polinomok, hatványfüggvények, exponenciális függvények, logaritmusfüggvények, trigonometrikus függvények és inverzeik, hiperbolikus függvények és inverzeik.
9. Nevezetes határértékek.
10. A differenciálhatóság fogalma, ekvivalens átfogalmazás. Kapcsolat a folytonossággal. Deriválási szabályok. Elemi függvények deriváltjai.
11. Monotonitás, lokális monotonitás és a derivált kapcsolata. Lokális szélsőértékhelyek és a derivált kapcsolata.
12. Lagrange féle középértéktétel, Rolle tétel, az integrálszámítás (kalkulus) alaptétele.
13. Konvexitás és jellemzései, példák. Konvexitás és a második derivált kapcsolata. Inflexiós pontok. Teljes függvényelemzés. Függvénygrafikon érintője és normálisa.
14. L'Hospital szabály.
15. Többszörös derivált. Polinomok Mc Laurin és Taylor féle előállítása. Taylor polinom. Taylor formula Lagrange maradéktaggal. A maradéktag viselkedése.
16. Többszörös derivált és a lokális viselkedés kapcsolata.
17. Hatványsorok, hatványsor deriváltja. Konvergencia sugár, konvergencia tartomány. Taylor sorok. Elégséges feltétel a Taylor sor előállításra.
18. Fontos Taylor sorok.