

## Kalkulus I. Vizsga 2016. január 20.

1. Legyen  $f(x) = \frac{1}{x+1}$ ,  $g(x) = x^3$ ! Határozza meg az  $f \circ g$  függvény inverzét!
2. Mit jelent egy komplex szám trigonometrikus alakja? Hogyan lehet ennek segítségével a komplex szám  $n$ -edik hatványát meghatározni? Keresse meg a  $z^2 = 4i$  egyenlet megoldásait!
3. Definiálja a sorozat határértékének fogalmát, amennyiben az végtelen!
4. Definiálja a  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  határérték fogalmát, amennyiben ez  $-\infty$ .
5. Definiálja és ábrázolja a  $th$  és  $cth$  függvényeket! Van-e olyan  $x$  szám, melyre  $th x = -cth x$ ?
6. Bizonyítsa be a definíció segítségével hogy az  $f(x) = |x|$  függvény a 0 pontban nem deriválható. Vezesse le az  $f(x) = x^2$  deriváltjának a képletét! Számítsa ki az  $f(x) = \ln(\cos^2 x - \sqrt{x})$  függvény deriváltját!
7. Milyen kapcsolat van a függvény második deriváltja és konvexitása között? Milyen függvényt nevezünk konvexnek? Keresse meg az  $f(x) = 3x$  függvény inflexiós pontjait!
8. Írja fel a Taylor-formulát a Lagrange-maradéktaggal Írja fel az

$$f(x) = \frac{1}{1+2x}$$

függvény 1 ponthoz tartozó másodfokú Taylor-polinomját!

9.

$$\int \frac{\sin x}{1+3\cos x} dx = ?$$

10. Fogalmazza meg a Riemann-integrálhatóság definícióját!

$$\int_{-\pi}^{\pi} x \cos x dx = ?$$

Valamennyi feladatnál *indoklás szükséges*, az eredmény vagy a válasz pusztán közléséért nem jár pont. A vizsgán egysoros kijelzőjű számológép használható.