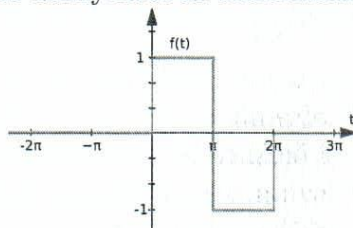


Jelfeldolgozás vizsga ZH. 2018.06.11.

Feladatok ($\Sigma = 60$ pont):

- (4p) Milyen tulajdonságai vannak a páratlan tisztán valós függvény Fourier-transzformáltjának? Bizonyítsa is be! A Fourier-transzformáció költséges művelet. Javasoljon eljárást, hogy két valós jel transzformáltjait egy művelethívással megkapjuk. Mire kell odafigyelni, ha a transzformálandó jelek mintaszáma eltér?
- (3p) Határozza meg egy, a $(-\pi/2, \pi/2)$ közötti félperiódusnyi koszinusz hullám autokorrelációs függvényét!
- (4p) Mint tudjuk, egy lineáris rendszer esetén $v_{ki}(t) = h(t) \star v_{be}(t)$, ahol a \star a konvolúciót jelenti. Legyen $v_{be}(t) = 0$, ha $\|t\| > T_1$, és $h(t) = 0$, ha $\|t\| > T_2$. Ekkor igaz lesz, hogy $v_{ki}(t) = 0$, ha $\|t\| > T_3$. Mi a kapcsolat T_1, T_2 és T_3 között?
- (5p) Az ábrán látható jelet zajos környezetben szeretnénk detektálni.



Milyen szűrőt kell ehhez optimálisan használni? Határozza meg ennek a szűrőnek a súlyfüggvényét, a $H(\omega)$ -t és azt, hogy milyen lesz a szűrő kimenete, ha a bemenetre éppen ezt a jelet adjuk.

- (4p) Egy anyagvizsgáló ultrahangos berendezés 25 kép/s sebességgel készít 6 bit felbontású szürkeszintes képeket. A pontos anyagvizsgálathoz legalább 80 dB jel/zaj viszonyú képek kellnek. Ha az egyedi képeken a jel/zaj viszony 30 dB, akkor hogyan lehet elérni a kitűzött pontosságot? Mennyi ideig tart a mérés? Hány bit a mérés pontossága a pontos mérés esetén?
- (6p) Miért tömörítjük a jeleket, adatainkat? Osztályozza a tömörítő eljárásokat, adjon példákat is! Mi az a Huffman-kódolás? Létezik optimálisabb kód? Hogyan működik az aritmetikai-kódolás?
- (4p) Adottak az alábbi x 3-dimenziós mérési eredmények:

$$x = \{(1, 1, 1), (0, 2, 2), (2, 2, 3), (2, 3, 2), (5, 4, 5)\}.$$

Az Euklideszi-mérték alapján a D távolságmátrix

$$D = \begin{pmatrix} 0.00000 & 1.73205 & 2.44949 & 2.44949 & 6.40312 \\ 1.73205 & 0.00000 & 2.23607 & 2.23607 & 6.16441 \\ 2.44949 & 2.23607 & 0.00000 & 1.41421 & 4.12311 \\ 2.44949 & 2.23607 & 1.41421 & 0.00000 & 4.35890 \\ 6.40312 & 6.16441 & 4.12311 & 4.35890 & 0.00000 \end{pmatrix}$$

Mutassa meg dendrogram segítségével, hogyan klaszterezhetőek a mérési eredmények a *Single Linkage* eljárás választása esetén. Milyen egyéb stratégiát ismer a klaszterek összeolvasztására?

8. (6p) Régi bakelit lemezeken található zenét MP3 formátummúra akarunk konvertálni. A lemezjátszó kimenetét 44 kHz-cel mintavételezzük. A zaj csökkentésére a konverzió előtt minden mintát kiátlagolunk a két szomszédjával. Milyen hatással lesz ez a zene frekvenciaspektrumára? Ez mennyiben tér el attól, ha a simítás helyett 22 kHz-es mintavételezést tartottunk volna? Milyen zajforrások lehetnek ebben a rendszerben és ezek közül melyek hatása csökkenthető? Javasoljon más eljárást is, amivel az adott zaj csökkenthető!
9. (4p) Egy tévébemondó csíkos ingben ül a kamera elé. A kamerában a 1920×1080 pixelszámú CCD pixelei $6 \mu\text{m}$ -re vannak egymástól, míg a lencse és a CCD távolsága 60 mm. A kamera és a bemondó távolsága 3 m. Mekkora csíktávolság esetén lesz furcsa, villódzó, zavaró a kép? Mi a köze az egésznek a mintavételi törvényhez?
10. (4p) Az $\omega_a = 0,999\omega_0$ alsó és $\omega_f = 1,001\omega_0$ felső határfrekvenciájú ideális sáváteresztő szűrőre Dirac-delta impulzust adunk. A szűrő fáziskarakterisztikája $\phi(\omega) = -2\pi\omega/\omega_0$. Részletes számolás nélkül vázolja, hogy milyen lesz a kimenő jel! Mekkora a szűrő jósági tényezője, hogyan kapcsolódik ez a kimenő jelhez?
11. (6p) A $\sin(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t)$ jelből ($\omega_1 = 2\pi \cdot 4 \text{ kHz}$, $\omega_2 = 2\pi \cdot 1 \text{ kHz}$) összesen $2040 = (2^{11} - 8)$ db mintát veszünk $\omega_m = 16 \text{ kHz}$ mintavételi frekvenciával. A jelet diszkrét Fourier-transzformáljuk, numerikusan (de nem FFT-vel!). Határozza meg az így kapott diszkrét teljesítményspektrum értékeit! Mi a két komponens járuléka?
12. (4p) Váolja fel a független komponens analízis problémakörét!
13. (6p) Mit ragad meg a jel jellemzőiből a főkomponens analízis? Tegyük fel, hogy a mintáink n -dimenziós valósak, és N mintánk van. Ha $n > N$, hogyan lehet a számítási műveletigényt csökkenteni?