

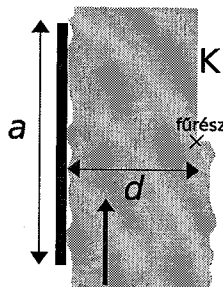
Jelfeldolgozás vizsga ZH. 2016.01.21.

A vizsga teljesítéséhez szükséges (de nem elégséges!) az alábbi kérdések mindegyikének helyes megválaszolása, ezek hiányában a vizsga sikertelen, a feladatokra adott válaszoktól függetlenül:

- Adja meg a Fourier és az inverz Fourier transzformáció definícióját!
- Mi $f_1(x)$ és $f_2(x)$ valós függvény konvolúciója?
- Mi $f_1(x)$ és $f_2(x)$ valós függvény korrelációja?
- Mi a kapcsolat egy jel autokorrelációs függvénye és teljesítményspektruma között?

Feladatok ($\Sigma = 58$ pont, elégséges (2) $\approx 25\% = 14$ ponttól):

- (6p) A (képzeletbeli) PrivacyMaker2020 kertes házakba szánt drónelhárító rendszer $h = 3m$ magasan 3×3 -es rácson (rácstávolság $d = 5m$) elhelyezett $3 \times 3 = 9$ db mikrofon segítségével detektálja a drónok motorjának magasan zümmögő hangját és vezérli a kivetőhálós elfogó rendszert. Vázolja, hogy hogyan működhet egy ilyen pozíció meghatározó rendszer! Vegye figyelembe a lakosok (pl. síró kisgyermek) és az élővilág (madarak, denevérek) védelmét! Optimális-e a rács alakú mikrofon elrendezés (ha nem, javasoljon jobbat!)? Hogyan lehet a szél hatását (ami elviszi a hangot) kiküszöbölni? Kb. mekkora minimális számítási kapacitás szükséges egy ilyen rendszerhez?
- (5p) Deszkát egyengetünk fűrészszel: a vízszintes munkalapon a hosszúságú egyenes ütközőnek szorítva toljuk a deszkát. Az X -el jelölt helyen, az ütközőtől d távolságra függőlegesen futó (pontoszerű) fűrészszál a K szakaszon már egy simított oldalt hoz létre.



Feltéve, hogy a deszka hullámossága az ütközőnél sokkal kisebb, mint d , lineárisnak tekintjük a rendszert (a K oldal alakja a kimenet, az ütköző felőli oldal alakja a bemenet). Határozza meg a $h(x)$ súlyfüggvényt és a $H(\omega)$ átviteli függvényt! Feltéve, hogy a deszka hullámossága kezdetben n_0 teljesítményű ω_0 határfrekvenciájú fehérzajjal közelíthető ($1/\omega_0 \ll a$), milyen lesz a levágott K szakasz alakjának teljesítményspektruma?

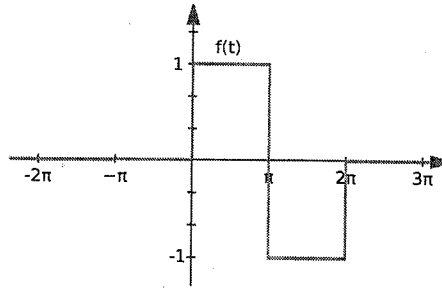
- (5p) Osztályozni szeretnénk egy puzzle kirakójáték elemeit (a darabkák mérete kb. ugyanakkora). Tegyük fel, hogy rendelkezésre áll az $r(\phi)$ függvény, ami a ϕ szög függvényében megadja a súlypont és a terület közötti r legkisebb (vagy legnagyobb) távolságot. Meghatározható az $r(\phi)$ teljesítményspektruma, amit alapján osztályozhatjuk az elemeket. Milyen ablakfüggvényt érdemes használni? Indokolja is meg! Ha ismert a lehetséges csoportok száma, javasoljon más osztályozási eljárást!
- (4p) Milyen tulajdonságai vannak egy páratlan tisztán valós függvény Fourier-transzformáltjának. Bizonyítsa is be! A Fourier-transzformáció költséges művelet. Javasoljon eljárást,

$$n_0 \left(\frac{1}{1 + \omega^2} \right)^2$$

$$n_0 = 5 = \frac{1}{2RC}$$

hogy két valós jel transzformáltjait egy művelethívással megkapjuk. Mire kell odafigyelni, ha a transzformálandó jelek mintaszáma eltér?

5. (6p) Az ábrán látható jelet zajos környezetben szeretné detektálni.



$$\frac{|H(\omega)|^2}{|k(\omega)|^2 + |Z(\omega)|^2}$$

Milyen szűrőt kell ehhez optimálisan használni? Határozza meg ennek a szűrőnek a súlyfüggvényét, a $H(\omega)$ -t és azt, hogy milyen lesz a szűrő kimenete, ha a bemenetre éppen ezt a jelet adjuk. Legyen a jel mellett egy $n(\omega) = n_0$ teljesítményű fehérzaj is jelen, $\omega_{max} = 1000s^{-1}$ felső határfrekvenciával! Milyen lesz ekkor az optimális Wiener-szűrő?

6. (4p) Mi egy wavelet, mi a skálafüggvény? Melyik milyen szűrővel analóg? $\frac{1}{\omega}$

7. (4p) Adottak az alábbi x 3 dimenziós mérési eredmények:

$$x = \{(1, 1, 1), (0, 2, 2), (2, 2, 3), (2, 3, 2), (5, 4, 5)\}.$$

Az Euklideszi-mérték alapján a D távolságmátrix

$$D = \begin{pmatrix} 0.00000 & 1.73205 & 2.44949 & 2.44949 & 6.40312 \\ 1.73205 & 0.00000 & 2.23607 & 2.23607 & 6.16441 \\ 2.44949 & 2.23607 & 0.00000 & 1.41421 & 4.12311 \\ 2.44949 & 2.23607 & 1.41421 & 0.00000 & 4.35890 \\ 6.40312 & 6.16441 & 4.12311 & 4.35890 & 0.00000 \end{pmatrix}$$

Mutassa meg dendrogram segítségével, hogyan klaszterezhetőek a mérési eredmények a *Single Linkage* eljárás választása esetén. Milyen egyéb stratégiát ismer a klaszterek összeolvasztására?

8. (4p) Egy anyagvizsgáló ultrahangos berendezés 25 kép/s sebességgel készít 6 bit felbontású szürkeszintes képeket. A pontos anyagvizsgálathoz legalább 80 dB jel/zaj viszonyú képek kellnek. Ha az egyedi képeken a jel/zaj viszony 30 dB, akkor hogyan lehet elérni a kitűzött pontosságot? Mennyi ideig tart a mérés? Hány bit a mérés pontossága a pontos mérés esetén?

9. (5p) Egy agyvizsgálathoz a triggerhez kötött, zajban eltemetett válaszjel észlelését sok mérés átlagolásával javíthatjuk. Legyen egy válaszjel hossza 1024ms, ami 1024, 1ms-kénti mért adatot jelent (a jel 500Hz-re sávlimitált jel). Egy mérésnél a jel/zaj arány -6 dB. A mérési elrendezés miatt $\pm 10\mu s$ ingadozás lehet a trigger és a válaszjel mérésének az elkezdése között (utána már pontos az 1ms lépésköz). Mekkora az ekkor maximálisan elérhető jel/zaj viszony? Kb. hány mérést kell ehhez végezni, mennyi ideig tart ez?

10. (3p) Határozza meg egy, a $(0, \pi)$ közötti félperiódusnyi szinuszhullám autokorrelációs függvényét!

11. (3p) Egy $\omega_a = 0.999\omega_0$ alsó és $\omega_f = 1.001\omega_0$ felső határfrekvenciájú ideális sáváteresztő szűrőre Dirac-delta impulzust adunk. A szűrőre fáziskarakterisztikája $\phi(\omega) = -2\pi\omega/\omega_0$. Részletes számolás (integrálás) nélkül vázolja, hogy milyen lesz a kimenőjel! Mekkora a szűrő jósági tényezője - hogyan kapcsolódik ez a kimenő jelhez?
12. (4p) Folyadék hőmérsékletét olyan érzékelővel mérjük, amelyik kimenő jele egy bemenő $u(t)$ ugrásfüggvényre $v_{ki}(t) = (1 - e^{-t/\tau})u(t)$ alakú ($\tau = 2$ másodperc). Milyen ekkor a rendszer $h(t)$ súlyfüggvénye és a $H(\omega)$ átviteli függvénye? Milyen dekonvolúciós hálózatot használjunk ehhez az érzékelőhöz?
13. (5p) A $\cos(\omega_1 t) + \sin(\omega_2 t)$ jelből ($\omega_1 = 2\pi \cdot 2$ kHz, $\omega_2 = 2\pi \cdot 1$ kHz) összesen $4100 = (2^{12} + 4)$ db mintát veszünk $\omega_m = 8$ kHz mintavételi frekvenciával. A jelet diszkrét Fourier-transzformáljuk, numerikusan (de nem FFT-vel!). Határozza meg az így kapott diszkrét teljesítményspektrum értékeit! Mi a különbség a két komponens DFT-ből kapott alakja között? Mit lehet tenni?

