

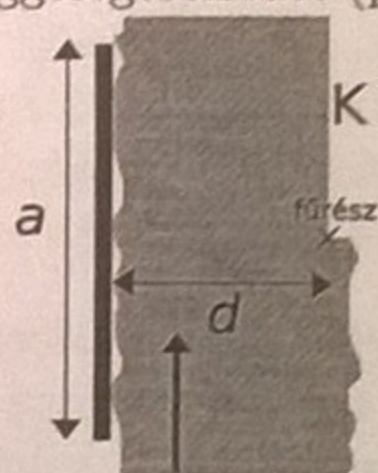
Jelfeldolgozás vizsga ZH. 2016.01.07.

A vizsga teljesítéséhez szükséges (de nem elégséges!) az alábbi kérdések mindegyikének helyes megválaszolása, ezek hiányában a vizsga sikertelen, a feladatokra adott válaszoktól függetlenül:

- a.) Adja meg a Fourier és az inverz Fourier transzformáció definícióját!
- b.) Mi $f_1(x)$ és $f_2(x)$ valós függvény konvolúciója?
- c.) Mi $f_1(x)$ és $f_2(x)$ valós függvény korrelációja?
- d.) Mi a kapcsolat egy jel autokorrelációs függvénye és teljesítményspektruma között?

Feladatok ($\Sigma = 58$ pont, elégséges $(2) \approx 25\% = 14$ ponttól):

1. (5p) Régi bakelit lemezeken található zenét MP3 formátummúra akarunk konvertálni. A lemezjátszó kimenetét 44 kHz-cel mintavételezzük. A zaj csökkentésére a konverzió előtt minden mintát kiátlagolunk a két szomszédjával. Milyen hatással lesz ez a zene frekvenciaspektrumára? Ez mennyiben tér el attól, ha a simítás helyett 22 kHz-es mintavételezést tartottunk volna? Milyen zajforrások lehetnek ebben a rendszerben és ezek közül melyek hatása csökkenthető? Javasoljon más eljárást is, amivel az adott zaj csökkenthető!
2. (5p) Deszkát egyengetünk fűrészszel: a vízszintes munkalapon a hosszúságú egyenes ütközőnek szorítva toljuk a deszkát.
Az X -el jelölt helyen, az ütközőtől d távolságra függőlegesen futó (pontszerű) fűrészszál



a K szakaszon már egy simított oldalt hoz létre.

Feltéve, hogy a deszka hullámossága az ütközőnél sokkal kisebb, mint d , lineárisnak tekintjük a rendszert (a K oldal alakja a kimenet, az ütköző felőli oldal alakja a bemenet). Határozza meg a $h(x)$ súlyfüggvényt és a $H(\omega)$ átviteli függvényt! Feltéve, hogy a deszka hullámossága kezdetben n_0 teljesítményű ω_0 határfrekvenciájú fehérzajjal közelíthető ($1/\omega_0 \ll a$), milyen lesz a levágott K szakasz alakjának teljesítményspektruma?

3. (5p) Szeretnénk a szilveszteri petárdák hangnyomásának pontos görbét felvenni. Ehhez számítógéppel indítva a hangkártyán 40kHz-es mintavétellel (a mikrofon 20kHz-re sávlimitált) felvételeket készítünk 16 bit felbontással. Mivel a mikrofont a túlvezérlés miatt csak távolabb helyezhetjük el, ezért egy mérésnél a jel/zaj arány -20 dB. A pontos vizsgálathoz a triggerhez kötött, zajban eltemetett válaszjel észlelését sok mérés átlagolásával javíthatjuk: a petárda robbanásakor elszakít egy feszültségosztóhoz kötött vékony huzalt, ami lépésfüggvényt generál - ezt a sztereo felvétel bal csatornája rögzíti (a jobb csatorna a mikrofon jelét tartalmazza). A bizonytalan indítás miatt maximum 1 mintányi ingadozás lehet a trigger kezdetének meghatározásában (ezt célszerűen pl. octave-val végezhetjük el). Elemesse a mérést és az így elérhető legjobb (maximális jel/zaj viszony) eredményt! Kb. hány mérést kell ehhez végezni? Hogyan lehetne javítani a mérésen?

4. (4p) Milyen tulajdonságai vannak egy páros tisztán valós függvény Fourier-transzformáltjának? Bizonyítsa is be! A Fourier-transzformáció költséges művelet. Javasoljon eljárást, hogy két valós jel transzformáltjait egy művelethívással megkapjuk. Mire kell odafigyelni, ha a transzformálandó jelek mintaszáma eltér?
5. (6p) A képekként reprezentálható jelek geometriai transzformációit – nagyítás, forgatás, eltolás – az affin leképezések segítségével könnyen megvalósíthatjuk. Tegyük fel, hogy egy (h, w) méretű képet középpontja körül α szöggel akarunk elforgatni. Adja meg ennek a transzformációnak a mátrixát. A transzformáció elvégzése után (h', w') méretű képet kapunk – mire kell odafigyelni az új képpixelek feltöltésénél?
6. (4p) Mi az ICA eljárás célja, milyen jelek esetén használható?
7. (4p) Mi egy wavelet, mi a skálafüggvény? Melyik milyen szűrővel analóg?
8. (4p) Mint tudjuk, egy lineáris rendszer esetén $v_{ki}(t) = h(t) * v_{be}(t)$ ($*$ a konvolúciót jelenti). Legyen $v_{be}(t) = 0$, ha $\|t\| > T_1$, és $h(t) = 0$, ha $\|t\| > T_2$. Ekkor igaz lesz, hogy $v_{ki}(t) = 0$, ha $\|t\| > T_3$. Mi a kapcsolat T_1, T_2 és T_3 között?
9. (4p) Miért tömörítjük a jeleket, adatainkat? Osztályozza a tömörítő eljárásokat, adjon példákat is!
10. (3p) Határozza meg egy, a $(0, \pi)$ közötti félperiódusnyi szinuszhullám autokorrelációs függvényét!
11. (3p) Egy $\omega_a = 0.999\omega_0$ alsó és $\omega_f = 1.001\omega_0$ felső határfrekvenciájú ideális sáváteresztő szűrőre Dirac-delta impulzust adunk. A szűrőre fáziskarakterisztikája $\phi(\omega) = -2\pi\omega/\omega_0$. Részletes számolás (integrálás) nélkül vázolja, hogy milyen lesz a kimenőjel! Mekkora a szűrő jósági tényezője - hogyan kapcsolódik ez a kimenő jelhez?
12. (6p) Folyadék hőmérsékletét olyan érzékelővel mérjük, amelyik kimenő jele egy bemenő $u(t)$ ugrásfüggvényre $v_{ki}(t) = (1 - e^{-t/\tau})u(t)$ alakú ($\tau = 2$ másodperc). Milyen ekkor a rendszer $h(t)$ súlyfüggvénye és a $H(\omega)$ átviteli függvénye? Milyen dekonvolúciós hálózatot használjunk ehhez az érzékelőhöz? Legyen az érzékelő jele mellett egy $n(t) = n_0$ addicionális fehérzaj is jelen, $\omega_{max} = 1000s^{-1}$ felső határfrekvenciával! Milyen lesz az optimális Wiener-szűrő?
13. (5p) A $\sin(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t)$ jelből ($\omega_1 = 2\pi \cdot 4$ kHz, $\omega_2 = 2\pi \cdot 1$ kHz) összesen $2040 = (2^{11} - 8)$ db mintát veszünk $\omega_m = 16$ kHz mintavételi frekvenciával. A jelet diszkrét Fourier-transzformáljuk, numerikusan (de nem FFT-vel!). Határozza meg az így kapott diszkrét teljesítményspektrum értékeit! Mi a különbség a két komponens DFT-ből kapott alakja között? Mit lehet tenni?