

Jelfeldolgozás vizsga ZH. 2015.12.18.

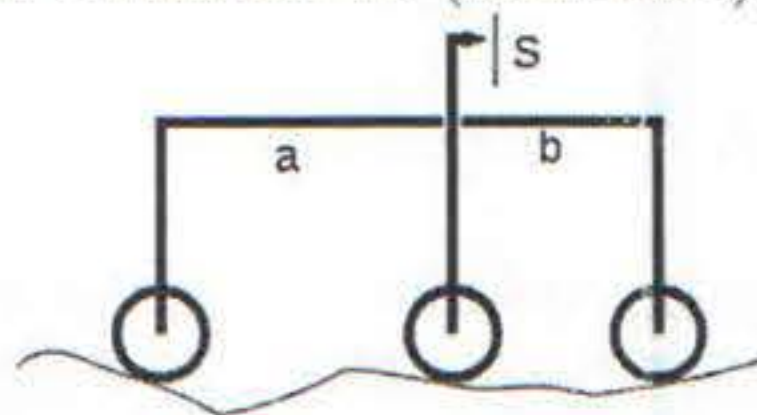
A vizsga teljesítéséhez szükséges (de nem elégséges!) az alábbi kérdések mindegyikének helyes megválaszolása, ezek hiányában a vizsga sikertelen, a feladatokra adott válaszoktól függetlenül:

- a.) Adja meg a Fourier és az inverz Fourier transzformáció definícióját!
- b.) Mi $f_1(x)$ és $f_2(x)$ valós függvény konvolúciója?
- c.) Mi $f_1(x)$ és $f_2(x)$ valós függvény korrelációja?
- d.) Mi a kapcsolat egy jel autokorrelációs függvénye és teljesítményspektruma között?

Feladatok ($\Sigma = 52$ pont, elégséges (2) 25%=13 ponttól):

1. (6p) A képekként reprezentálható jelek geometriai transzformációit – nagyítás, forgatás, eltolás – az affin leképezések segítségével könnyen megvalósíthatjuk. Tegyük fel, hogy egy (h, w) méretű képet középpontja körül α szöggel akarunk elforgatni. Adja meg ennek a transzformációnak a mátrixát. A transzformáció elvégzése után (h', w') méretű képet kapunk – mire kell odafigyelni az új képpixelek feltöltésénél?
2. (4p) Mi az ICA eljárás célja, milyen jelek esetén használható?
3. (4p) Mi egy wavelet, mi a skálafüggvény? Melyik milyen szűrővel analóg?
4. (4p) Miért tömörítjük a jeleket, adatainkat? Osztályozza a tömörítő eljárásokat, adjon példákat is!
5. (4p) Mint tudjuk, egy lineáris rendszer esetén $v_{ki}(t) = h(t) * v_{be}(t)$ (a $*$ a konvolúciót jelenti). Legyen $v_{be}(t) = 0$, ha $\|t\| > T_1$, és $h(t) = 0$, ha $\|t\| > T_2$. Ekkor igaz lesz, hogy $v_{ki}(t) = 0$, ha $\|t\| > T_3$. Mi a kapcsolat T_1, T_2 és T_3 között?
6. (3p) Milyen tulajdonságai vannak egy páratlan, tisztán valós függvény Fourier-transzformáltjának? Bizonyítsa is be!
7. (3p) Határozza meg egy, a $(-\pi, \pi)$ közötti koszinusz hullám autokorrelációs függvényét!
8. (4p) Határozza meg az ω_0 alsó határfrekvenciájú ideális felüláteresztő szűrő kimenőjelét egy bemenő Dirac-delta impulzus esetén! Mitől függ a kimenőjel késleltetése?
9. (5p) Folyadék hőmérsékletét olyan érzékelővel mérjük, amelyik kimenő jele egy bemenő $u(t)$ ugrásfüggvényre $v_{ki}(t) = (1 - e^{-t/10})u(t)$ alakú (t -t másodpercben mérjük). Milyen dekonvolúciós hálózatot használjunk ehhez az érzékelőhöz? Legyen az érzékelő jele mellett egy $n(t) = n_0$ addicionális fehérzaj is jelen, $\omega_{max} = 1000s^{-1}$ felső határfrekvenciával! Milyen lesz az optimális Wiener-szűrő?

10. (5p) Egy agyvizsgálatnál a triggerhez kötött, zajban eltemetett válaszjel észlelését sok mérés átlagolásával javíthatjuk. Legyen egy válaszjel hossza 1024ms, ami 1024, 1ms-kénti mért adatot jelent (a jel 500Hz-re sávlimitált jel). Egy mérésnél a jel/zaj arány -6 dB. A mérési elrendezés miatt $\pm 10\mu\text{s}$ ingadozás lehet a trigger és a válaszjel mérésének az elkezdése között (utána már pontos az 1ms lépésköz). Mekkora az ekkor maximálisan elérhető jel/zaj viszony? Kb. hány mérést kell ehhez végezni, mennyi ideig tart ez?
11. (5p) Az út (egydimenziós) egyenletlenségeit az ábrán látható kiskocsival mérjük: a kocsit az úton végigtolva a függőlegesen szabadon mozgó középső kerék elmozdulása alapján az eltéréseket az **S** skálán olvassuk le (kimenet).



Legyen $a = 2m$, $b = 1m$, a kerekek átmérője elhanyagolható. Lineáris-e a rendszer? Tekintsük lineárisnak a rendszert (azaz ha kell, csak kicsi elmozdulásokat vegyünk). Milyen ekkor a rendszer $h(t)$ súlyfüggvénye és a $H(\omega)$ átviteli függvénye? Mikor nem mérünk semmit?

12. (5p) A $\cos(\omega_1 t) + \sin(\omega_2 t)$ jelből ($\omega_1 = 2\pi \cdot 2 \text{ kHz}$, $\omega_2 = 2\pi \cdot 1 \text{ kHz}$) összesen $4100 = (2^{12} + 4)$ db mintát veszünk $\omega_m = 8 \text{ kHz}$ mintavételi frekvenciával. A jelet diszkrét Fourier-transzformáljuk, numerikusan (de nem FFT-vel!). Határozza meg az így kapott diszkrét teljesítményspektrum értékeit! Mi a különbség a két komponens DFT-ből kapott alakja között? Mit lehet tenni?